

A. Hydr.

662

A. hydr. 66^g

Rittinger

THEORIE UND BAU
DER
ROHRTURBINEN

IM ALLGEMEINEN

UND DER VERBUNDENEN

WASSER- UND DAMPF-TURBINEN

VON

MIT BEZUGNEHMUNG DER ERGEBNISSE ZAHLENDEN
SELBSTSTÄNDIGER FÖHRER

PETER JULIUS VON OSTFINGER

U. S. V. D. K. U. N. D. M. A. S. S. I. G. E. N. T. E. N.

U. S. V. D. K. U. N. D. M. A. S. S. I. G. E. N. T. E. N.

Zweite ganz umgearbeitete und vermehrte Auflage

PRAG 1883.

VERLAG VON F. A. UEBNER

U. S. V. D. K. U. N. D. M. A. S. S. I. G. E. N. T. E. N.

U. S. V. D. K. U. N. D. M. A. S. S. I. G. E. N. T. E. N.

THEORIE UND BAU
DER
ROHRTURBINEN

IM ALLGEMEINEN

UND DER SOGENANTEN

JONVAL-TURBINEN

INSBESONDERE,

MIT BERÜCKSICHTIGUNG DER RESULTATE ZAHLREICHER
SELBSTABGEFÜHRTER VERSUCHE

VON

PETER Ritter von RITTINGER,

K. K. MINISTERIALRATH IN WIEN.

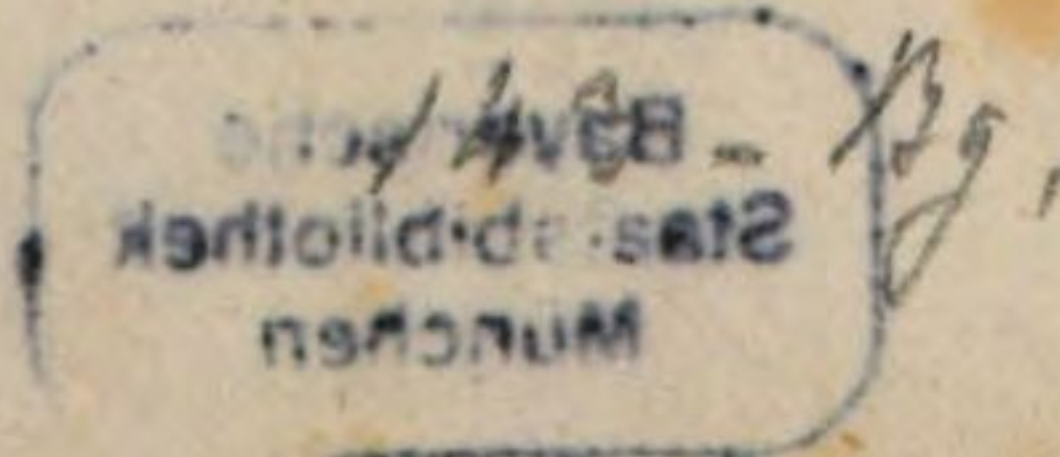
Mit 6 Figurentafeln.

Zweite ganz umgearbeitete und vermehrte Auflage.

PRAG 1865.

VERLAG VON F. A. CREDNER,

K. K. HOF-BUCH- UND KUNSTHÄNDLER.



THEORIE UND BAU

VON

ROHRTURBINEN

IM ALLGEMEINEN

UND DER BEWEISUNG

WASSER-UND DAMPF-TURBINEN

BEZÜGLICH

MIT BEZÜGSICHTIGUNG DER ERGEBNISSE VON
VERSUCHEN



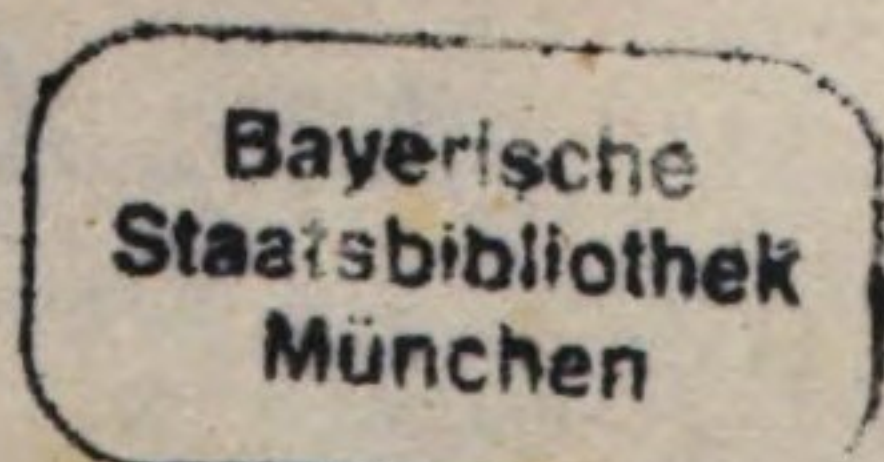
Mit 6 Figurentafeln.

Zweite ganz umgearbeitete und vermehrte Auflage.

PRAG 1865.

VERLAG VON F. A. GRUBNER.

Druck von C. Schreyer & Ignaz Fuchs in Prag



Vorwort

zur ersten Auflage.

Unter den Turbinen ist es die sogenannte Jonval'sche, welche ihrer Einfachheit und ihres befriedigenden Nutzeffektes wegen bisher die allgemeinste Anwendung gefunden hat. Die bis nun über diese Art von Turbinen veröffentlichten wissenschaftlichen Abhandlungen sind jedoch zu wenig allgemein gehalten und es werden überdiess bei der speziellen Auffassung dieser Maschine zu viele Konstruktionsgrössen als willkürlich angenommen, die es bei näherer Untersuchung keineswegs sind und auch ihrer Natur nach nicht sein können.

In der vorliegenden Abhandlung erscheint die Jonval-Turbine nur als eine Spezies eines selbständigen Turbinensystems, für welches letztere ich die allgemeine und mehr sachliche Benennung Rohrturbine oder Rohrkreisel wählte; diess schien mir um so mehr zulässig, als über den ersten Erfinder der sogenannten Jonval-Turbine in neuester Zeit mehrfache Streitigkeiten sich erhoben haben.

Von den bisher aufgestellten Theorien über Jonval-Turbinen unterscheidet sich die meinige wesentlich dadurch, dass darin das

erste Mal die Zahlen der Leit- und Laufradschaufeln in die Rechnung aufgenommen erscheinen; ferner dass von mir die Wirkung des durch die Turbine sich bewegenden Wassers nach beiden Richtungen und für alle möglichen Kombinationen in Betracht gezogen wird, nämlich insoferne diese Wirkung des Wassers durch Umsetzung sowohl seiner Pressung als auch seiner Geschwindigkeit in Arbeit bedingt ist.

Meinen theoretischen Untersuchungen über die Rohrturbine stehen die Resultate zahlreicher von mir selbst abgeführter Versuche mit eigens hiezu konstruirten Turbinen zur Seite, welche nicht bloss die Richtigkeit der allgemeinen Auffassung bestätigen, sondern auch darthun, dass eine andere, von mir näher behandelte Spezies der Rohrturbine in mehrfacher Beziehung vor der Jonval-Turbine den Vorzug verdient.

Der Umstand, dass bei diesen Versuchen die Wassermengen durchgehends direkt gemessen wurden, erhöht ihren Werth gegenüber andern Turbinen-Versuchen, bei welchen man vielleicht einen noch höhern Wirkungsgrad herausgerechnet, aber in der That kaum erreicht hat.

Die Versuche wurden auf den fürstl. Salm'schen Eisenwerken zu Blansko in Mähren abgeführt, und ich kann es nicht unterlassen, dem hochherzigen und um die Industrie Oesterreichs hochverdienten Besitzer dieser Werke für die freie Beistellung und Benützung des eigens hergestellten Versuchesapparates meinen verbindlichsten Dank hiermit auszudrücken.

Ich bemühte mich, alle auf die Konstruktion der Turbine

Einfluss nehmenden Verhältnisse klar und gemeinfasslich darzustellen und nichts auf Willkür zu gründen, was aus rein mechanischen Prinzipien sich mit Bestimmtheit ableiten lässt.

Die theoretischen Untersuchungen sind hier durchaus elementar gehalten, mit Ausnahme der §. 2 und 3; um jedoch manchen strebsamen Fachgenossen dadurch keinen Anstoss zu bieten, sind die Resultate auch der dortigen Untersuchungen in §. 4 auf rein elementarem Wege abgeleitet, so dass ohne Beeinträchtigung der Verständlichkeit die erstgenannten zwei §§. auch überschlagen werden können.

Ich will zugeben, dass Einiges vielleicht noch ausführlicher und spitzfindiger hätte abgehandelt werden können; allein das Streben nach praktischer Brauchbarkeit und Kompendiosität hat mich bestimmt, bloss auf das Wichtigste mich zu beschränken und daher nur jenes umständlich durchzuführen, was für die Ausführung unumgänglich nothwendig oder doch beachtenswerth ist.

Es soll hauptsächlich der praktische Ingenieur durch diese Abhandlung in die Lage versetzt werden, für alle ihm vorkommenden Fälle die richtigsten Konstruktionen nicht bloss leicht und schnell, sondern auch mit voller Ueberzeugung von ihrer Richtigkeit zu wählen und festzustellen.

Um aber auch selbst den angehenden Fachgenossen zu nützen, wurden zugleich über die Anordnung und Aufstellung der Turbine unter den verschiedensten Verhältnissen die nöthigen Andeutungen gegeben und letztere durch umständliche im Massstabe ausgeführte Zeichnungen möglichst erläutert.

Im Uebrigen wird man wahrnehmen, dass bei Anordnung und Behandlung des ganzen Stoffes eine ähnliche Methode eingehalten wurde, wie solche in meiner von der Kritik beifällig aufgenommenen Abhandlung über Centrifugal-Ventilatoren (Gerold 1858) durchgeführt und in der dortigen Vorrede näher motivirt erscheint.

Wien, im Juli 1860.

P. Rittinger.

Vorwort

zur zweiten Auflage.

Die vorliegende zweite Auflage unterscheidet sich zunächst wesentlich von der ersten durch Berücksichtigung der Bewegungshindernisse schon gleich bei der Entwicklung der Hauptgleichungen der Turbinen. Dadurch gewinnt die ganze Darstellung des Gegenstandes jedenfalls an Evidenz, obgleich die Schlussresultate sich nicht gerade auffallend von jenen der ersten Auflage unterscheiden, wo der summarische Widerstandskoeffizient erst in die Schlussgleichungen aufgenommen wurde. Das Verständniss der ganzen Theorie wird in der zweiten Auflage überdiess durch eine ausführlichere Diskussion der verschiedenen theoretisch möglichen Turbinen unterstützt und befördert.

Vermehrt ist diese Auflage durch eine sorgfältig durchgeführte Theorie über die zweckmässigste Krümmung der Radkanäle oder der Radschaufeln.

Diesen Gegenstand hat Herr Jul. v. Hauer in einem ausführlichen Aufsätze der „Erfahrungen“ von 1860 gründlich bearbeitet und es erscheint derselbe hier unter seiner Mitwirkung noch wesentlich erweitert und vervollständigt.

In einem besondern §. (13) sind mit Rücksicht auf den praktischen Gebrauch sämtliche zum Entwurfe einer Turbine erforderlichen theoretischen Resultate zusammengestellt, wobei gleichzeitig deren Anwendung auf einen speziellen Fall ausführlich gezeigt wird.

Auch die Theorie der Partialturbine hat bei der neuen Behandlung des Gegenstandes einige wichtige Aenderungen erfahren.

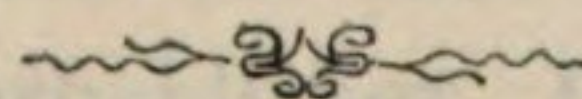
Die Versuche mit nach der aufgestellten Theorie konstruirten Turbinen sind durch zahlreiche neue vermehrt, welche auf dem k. k. Eisengusswerke nächst Mariazell abgeführt wurden. Dieselben lassen die Fortschritte der nach und nach sich klarer entwickelnden Theorie gut wahrnehmen und sprechen zu deren Gunsten.

Wien, im Monate Februar 1862.

P. Rittinger.

I N H A L T.

	Seite
§. 1. Prinzip der Rohrturbinen. Vorthelle derselben. Bezeichnungen	1
§. 2. Allgemeine Gleichungen für die Bewegung des Wassers durch einen ruhenden Kanal überhaupt und durch das Leitrad einer Turbine insbesondere	4
§. 3. Hauptgleichung für die Bewegung des Wassers durch einen fortschreitenden Kanal überhaupt und durch das Laufrad der Turbine insbesondere .	12
§. 4. Entwicklung der Hauptgleichung für die Bewegung des Wassers durch die Turbine mit Berücksichtigung sämtlicher Widerstände	15
§. 5. Entwicklung der übrigen allgemeinen Gleichungen für das Leit- und Laufrad einer Rohrturbine	19
§. 6. Ermittlung der Unbekannten aus den entwickelten Bestimmungsgleichungen	23
§. 7. Betrachtungen über die Grenzwerthe der willkürlichen Grössen	33
§. 8. Betrachtungen über die Werthe der abgeleiteten Grössen. Wahl des brauchbarsten Turbinensystems	37
§. 9. Ermittlung der Unbekannten unter gewissen Annahmen	44
§. 10. Form und Verzeichnung der Kanalaxe und der Schaufelwände. Absoluter Wasserweg	55
§. 11. Fortsetzung. Schauffung des Laufrades und absoluter Wasserweg bei gleichen horizontalen Kanalweiten	72
§. 12. Zusammenstellung der theoretischen Resultate und deren Anwendung auf einen speziellen Fall	78
§. 13. Detail-Konstruktion und Aufstellung der berechneten Turbine	84
§. 14. Berechnung und Konstruktion der Turbine für aussergewöhnliche Verhältnisse. Partialturbinen	90
§. 15. Betrieb einer vorhandenen Turbine bei geänderter Wassermenge oder geänder-tem Gefälle	100
§. 16. Versuche mit den nach der neuesten Theorie konstruirten Turbinen	110



INHALT.

Seite		
1	1.	Prinzip der Kohnurbine. Vorteile derselben. Berechnungen.
4	2.	Allgemeine Gleichungen für die Bewegung des Wassers durch einen vorhandenen Kanal überhaupt und durch das Leitrad einer Turbine insbesondere.
12	3.	Hauptgleichung für die Bewegung des Wassers durch einen fortschreitenden Kanal überhaupt und durch das Leitrad der Turbine insbesondere.
16	4.	Entwicklung der Hauptgleichung für die Bewegung des Wassers durch die Turbine mit Berücksichtigung sämtlicher Widerstände.
19	5.	Bewertung der übrigen allgemeinen Gleichungen für das Leit- und Leitrad einer Kohnurbine.
23	6.	Erstellung der Fließkanäle nach den entwickelten Bestimmungsbedingungen.
33	7.	Betrachtungen über die Grenzen der willkürlichen Größen.
37	8.	Betrachtungen über die Werte der abgeleiteten Größen. Wahl der brauchbaren Turbinensysteme.
44	9.	Erstellung der Fließkanäle unter gewissen Annahmen.
55	10.	Form und Verzeichnung der Kanäle und der Schaufelräder. Absolute Wasserweg.
72	11.	Fortsetzung. Schaffung des Leitkanales und absoluter Wasserweg bei gleichen horizontalen Kanälen.
78	12.	Vergleichung der theoretischen Resultate und deren Anwendung auf einen speziellen Fall.
84	13.	Bestimmung der Aufstellung der berechneten Turbine.
90	14.	Berechnung und Konstruktion der Turbine für aussergewöhnliche Verhältnisse. Partialturbine.
100	15.	Bestimmung einer vorhandenen Turbine bei geänderter Wassermenge oder geänderter Fallhöhe.
110	16.	Versuche mit den nach der neuesten Theorie konstruirten Turbinen.

§. 1.

Prinzip der Rohrturbinen. Vorthelle derselben.

Bezeichnungen.

Bringt man in einem Rohre, durch welches sich Wasser unter einem beliebigen Drucke bewegt, ein Schaufelrad in der Art an, dass dasselbe den Querschnitt des Rohres ganz ausfüllt, und um dessen Achse drehbar ist, so wird das Rad, wenn seine Schaufeln zur Richtung des Wasserstromes gleichmässig schief gestellt sind, durch den letztern in Umdrehung versetzt werden.

Der auf die Radachse fortgepflanzte Effekt des Wassers lässt sich sodann weiter übertragen, wenn man die Spindel aus dem Rohre auf eine passende Art herausreichen lässt und dieselbe dort mit der Arbeitsmaschine in Verbindung setzt.

Ein solches Schaufelrad ist das einfachste Prototyp einer Rohrturbine.

Es ist aus allgemein mechanischen Prinzipien leicht begreiflich, dass die Wirkung des Wassers auf das Schaufelrad sich durch allerlei Mittel steigern lasse: diess findet z. B. statt, wenn man das Wasser, bevor es zwischen die Radschaufeln tritt, durch ein zweites, jedoch fixes Schaufelrad leitet, um den Wasserstrom von seiner axialen Richtung abzulenken und in einer für den Nutzeffekt günstigeren Richtung gegen die Schaufeln des Laufrades wirken zu lassen; diese Anordnung hat vorzugsweise zum Zweck, den Stoss zu vermeiden, welcher sonst beim Uebertritt des Wassers in das Laufrad stattfinden würde. Ferner wird man die Schaufeln krümmen, und durch eine zweckmässige Neigung ihrer Endstücke gegen die Radebene dafür sorgen, dass das Wasser aus dem Rade möglichst wirkungslos austrete; dann wird man die Schaufeln nicht zu weit gegen die Achse reichen lassen, damit in der Bewegung der am innern und äussern Umfang eintretenden Wassertheilchen kein erheblicher Unterschied obwalte, sondern dieselben möglichst gleichmässig mit und neben einander vorrücken.

Eine weitere Steigerung des Nutzeffektes wird sich auch noch dadurch erzielen lassen, dass man die untere Mündung des Rohres in's Wasser tauchen lässt, weil sonst ein freier Abfluss in die atmosphärische Luft den gänzlichen Verlust der Unterwassersäulen-Höhe zur Folge hätte, während bei vollständiger Füllung des unter Wasser tauchenden Abflussrohres diese

auch zur nützlichen Wirkung gelangt, indem hiedurch der Gegendruck der Atmosphäre gegen die Auslaufseite des Laufrades vermindert wird.

Ein solches mit einem Leitrade versehenes Laufrad führt bei gewisser Form der Schaufeln und bei gewisser Wirkungsweise des Wassers auf dieselben bekanntlich den Namen *Jonvalturbine*. Da wir jedoch dasselbe für alle theoretisch möglichen Schaufelformen und Wirkungsarten des Wasserstromes untersuchen wollen, so wurde dafür der allgemeinere Name *Rohrturbine* gewählt, wie solcher aus der prinzipiellen Einrichtung dieses Rades sich von selbst ergibt.

Die Fig. 1 stellt eine Rohrturbine in ihren Grundzügen dar:

A ist das Rohr,
B das Laufrad,
C das Leitrade.

Die Rohrturbine hat gegenüber den üblichen Wasserrädern den wichtigen Vorzug, dass das Wasser auf alle Schaufeln des Laufrades gleichzeitig wirkt, was zur Folge hat, dass ein verhältnissmässig kleines Rad grosse Wassereffekte in sich aufzunehmen im Stande ist. Diesen Vorzug theilt dieselbe zwar mit der Founeyron'schen Turbine, es kommt ihr jedoch letzterer gegenüber noch zu Statten, dass sie ohne Nachtheil für den Nutzeffekt bedeutend hoch über den Unterwasserspiegel aufgestellt werden kann, was sie leicht zugänglich macht, ferner dass deren Ausführung, Aufstellung und Instandhaltung weniger Schwierigkeiten darbietet.

Diese Vortheile sind auch die Ursache, dass die Jonvalturbine in kurzer Zeit eine so allgemeine Anwendung gefunden und die übrigen Turbinen fast gänzlich verdrängt hat.

Da bei einer Rohrturbine das Wasser durch ein ruhendes und durch ein sich drehendes Rad durchfliesst, so wird es zunächst Aufgabe sein, die Gesetze dieser Bewegung unter beiderlei Umständen zu erforschen; hierauf wird man erst zur Untersuchung der vortheilhaftesten Konstruktionsverhältnisse der Turbine übergehen können.

Bei den bezüglichen analytischen Untersuchungen sollen nachstehende Bezeichnungen im Verlaufe der ganzen Abhandlung zur Anwendung kommen; es bedeutet nämlich:

M die pr. Sec. zufließende Wassermenge in Kubik-Fussen;
H das ganze reine Gefälle, d. i. den vertikalen Abstand des Oberwasser- vom Unterwasserspiegel in Fussen;
H_u die Höhe der Unterwassersäule;
H_o jene der Oberwassersäule;
U die absolute Geschwindigkeit des Wassers an irgend einem Punkte der Turbine;
h dessen Pressungshöhe daselbst, d. i. die Höhe einer Wasser-

säule, welche vermehrt um die mittlere Wasserbarometerhöhe ξ dieser Pressung das Gleichgewicht hält und an einem Wasser-
manometer abgelesen werden kann;

u die relative Geschwindigkeit des Wassers an irgend einem Punkte des Laufrades;

β den Neigungswinkel irgend eines Elementes der Radschaufeln gegen die Radebene.

Die vier letzten Grössen beziehen sich immer nur auf den mittleren cilindrischen Querschnitt der Radkanäle, und zur näheren Bezeichnung der Stelle wird dem betreffenden Buchstaben das Zeichen 0, 1 oder 2 angehängt, je nachdem

vom Austritte aus dem Leitrade, oder

vom Eintritt in das Laufrad, oder

vom Austritte aus dem Laufrade die Rede ist.

Ferner bezeichnet:

R den äussern

r den mittlern

$\Re$ den innern

} Halbmesser des Laufrades;

v dessen Umgangsgeschwindigkeit in der Peripherie des mittlern Halbmessers;

b_0 die Höhe des Leitrades;

b_1 die Höhe des Laufrades.

In der Fig. 1 sind alle diese Bezeichnungen an den betreffenden Stellen beigesetzt.

Endlich soll bedeuten:

μ die Verhältnisszahl zwischen dem innern und äussern Halbmesser, also

$$\mu = \frac{\Re}{R} \text{ oder } \Re = \mu R,$$

wo μ ein echter Bruch ist, den man nicht kleiner als $\frac{2}{3}$ annehmen pflegt;

δ_0 die Dicke der Leitradschaufeln und

a_0 die innere Lichte der Leitradekanäle, beides an der Austrittsseite;

δ_1 und a_1 dieselben Grössen für den Eintritt in das Laufrad, ferner

δ_2 und a_2 für den Austritt aus dem Laufrad;

ν das Verhältniss zwischen der Schaufeldicke und dem Radhalbmesser, oder weil die Schaufeldicken beider Räder in der Regel gleich gehalten werden:

$$\nu = \frac{\delta_0}{R} = \frac{\delta_1}{R} = \frac{\delta_2}{R} \text{ oder } \delta = \nu R$$

wo ν einen echten Bruch bedeutet, den man im Durchschnitt

$$\nu = \frac{1}{40}$$

annehmen kann;

n_0 die Zahl der Leitrad-schaufeln;

n_1 die Zahl der Laufradschaufeln und

$\alpha = \frac{n_0}{n_1}$ das Verhältniss zwischen den beiden Schaufeln.

Alle hier vorkommenden Maasse und Gewichte beziehen sich auf den Wiener Fuss und das Wiener Pfund.

§. 2.

Allgemeine Gleichung für die Bewegung des Wassers durch einen ruhenden Kanal überhaupt und durch das Leitrad einer Turbine insbesondere.

Das Wasser ändert bei seinem Durchgange durch einen ruhenden Kanal von veränderlichem Querschnitte sowohl seine Pressung als auch seine Geschwindigkeit und zwar stetig, wenn die Querschnitte des Kanals sich stetig ändern.

Stellt **a m a₀** Fig. 2 die in einer Vertikalebene gelegene Mittel- oder Achsenlinie eines Kanals von variablem Querschnitte vor, in welchen bei **a** kontinuierlich so viel Wasser zufliesst als bei **a₀** herausfliesst, und bezeichnet:

ω einen beliebigen Querschnitt **d e** dieses Kanals;

z die stetig veränderliche Pressung des Wassers in diesem Querschnitte, in Pfunden ausgedrückt, und bezogen auf einen Quadratfuss der Querschnittsfläche;

u die stetig veränderliche Geschwindigkeit daselbst, und

x die hydrostatische Höhe **m n** des Schwerpunktes **m** der Querschnittsfläche **ω**,

so handelt es sich zunächst um eine Gleichung zwischen den Grössen **z**, **u** und **x**.

Man gelangt zu derselben durch folgende Betrachtung:

Die Bewegung des elementaren Wasserprismas **d e d₁ e₁** wird durch zwei Kräfte bestimmt:

1. Das Gewicht dieses Wasserprismas oder die Schwerkraft wirkt zunächst auf dasselbe beschleunigend ein. Es ist aber dieses elementare Gewicht:

$$d k = \gamma \omega u dt$$

wenn γ das Gewicht eines Kubikfusses Wasser und dt die elementare Zeit bedeutet.

Von dieser vertikal wirkenden Kraft hat jedoch bloss die nach der Achse, also nach $m m_1$ gerichtete Komponente

$$dk \cos. \varphi = \gamma \omega u dt \cos. \varphi$$

auf die Bewegung einen Einfluss, indem die darauf senkrechte oder nach $m d$ gerichtete Komponente bloss einen Druck auf die Seitenwände des Gefässes ausübt. Im letzteren Ausdrucke kann man jedoch setzen:

$$u dt \cos. \varphi = ds \cos. \varphi = dx$$

wo dx die vertikale Projektion des Wegelementes ds bezeichnet. Es ist daher die auf das Wasserelement beschleunigend wirkende Komponente der Schwerkraft

$$dk \cos. \varphi = \gamma \omega dx$$

2. Ausser dem Gewichte des Wasserprismas wirkt auf dasselbe noch ein doppelter Druck in gerade entgegengesetzter Richtung und zwar: (1)

von rückwärts nach $m m_1$ auf die Querschnittsfläche $d\omega = \omega$ der Voraussetzung gemäss der Druck

beschleunigend; und ωz

von vorne nach $m_1 m$ auf dieselbe Fläche der Druck

$$\omega \left(z + \frac{dz}{dt} dt \right) = \omega (z + dz)$$

verzögernd. Die Resultirende dieser beiden, nach der Bewegungslinie in entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte ist also:

$$\omega z - \omega (z + dz) = -\omega dz$$

welcher Druck im Sinne der Bewegung beschleunigend wirkt. Letztere Gleichung ist jedoch nur unter der Voraussetzung richtig, dass die Querschnittsfläche ω keine grosse Ausdehnung hat, so dass der Druck in allen Punkten derselben von dem mittleren Drucke in m nicht wesentlich abweicht.

Der Gesamtausdruck der elementaren Kraft dK , welche die Masse vom Gewichte dk beschleunigt, ist daher: (2)

$$dK = \gamma \omega dx - \omega dz$$

Im Allgemeinen hat man aber für eine Kraft K , welche für sich allein auf eine Masse vom Gewichte k beschleunigend wirkt und derselben in der elementaren Zeit dt einen Zuwachs an Geschwindigkeit $= du$ ertheilt, den Ausdruck:

$$K = \frac{k}{g} \frac{du}{dt} *)$$

mithin für die auf das elementare Gewicht dk entfallende elementare Kraft

*) Rittingers Centrifugalventilatoren (19).

$$dK = \frac{dk}{g} \frac{du}{dt},$$

und wenn man darin für dK und dk die entsprechenden Werthe einführt:

$$\gamma \omega dx - \omega dz = \frac{\gamma \omega u dt}{g} \frac{du}{dt} \text{ oder}$$

$$dz = \gamma dx - \frac{\gamma}{g} u du$$

Diese Differenzial-Gleichung integrirt, gibt die gesuchte Beziehung zwischen z , u und x , nämlich:

$$z = x\gamma - \frac{\gamma}{g} \frac{u^2}{2} + \text{Const. oder}$$

$$(1) \quad z - x\gamma + \frac{\gamma}{2g} u^2 = \text{Const.}$$

Da für den Fall der Ruhe, also für

$$u = 0$$

die Pressung z bloss durch den im betreffenden Querschnitt stattfindenden hydrostatischen Druck bestimmt wird, so ist, wenn:

§ die Wasserbarometerhöhe = $32\frac{1}{2}$ Wiener Fuss oder $10\frac{1}{3}$ Meter bezeichnet, für diesen Fall

$$\begin{aligned} z &= (x + \S) \gamma \text{ mithin} \\ (x + \S) \gamma - x\gamma &= \text{Const. oder} \\ \text{Const.} &= \S \gamma \end{aligned}$$

Hiermit ist die Constante gefunden und man hat vermöge (1) allgemein für jeden Querschnitt, dessen hydrostatische Druckhöhe $x = H$ ist:

$$z - H\gamma + \frac{\gamma}{2g} u^2 = \S \gamma \text{ oder}$$

$$(2) \quad z + \frac{\gamma}{2g} u^2 = (H + \S) \gamma$$

Die Pressung z lässt sich durch das Gewicht einer Wassersäule von der Höhe $h + \S$ ausdrücken, man kann nämlich setzen:

$$(3) \quad z = (h + \S) \gamma$$

wo h jene Höhe bezeichnet, welche das Wasser in einer mit m kommunizirenden Röhre annehmen würde, um mit der Pressung im Innern der Röhre sich in's Gleichgewicht zu setzen.

Diesen Werth in (2) eingeführt gibt:

$$(h + \S) \gamma + \frac{\gamma}{2g} u^2 = (H + \S) \gamma$$

$$(4) \quad h + \frac{u^2}{2g} = H$$

Wir ziehen aus dieser Fundamental-Gleichung für die Bewegung des Wassers durch einen ruhenden Kanal, ohne Rücksicht auf Reibungswiderstände, folgende vier Folgerungen:

1. Für die Ausflussgeschwindigkeit oder für den Querschnitt b_0 c_0 ist die Pressungshöhe $h = 0$, weil der austretende Wasserstrahl keinen Seitendruck ausübt, sondern mit dem atmosphärischen Luftdruck im Gleichgewichte steht; es ist daher für diesen Querschnitt:

$$\frac{u^2}{2g} = H, \text{ also}$$

$$u = \sqrt{2gH}$$

die bekannte Ausflussformel.

2. In der Gleichung (4) ist $\frac{u^2}{2g}$ die der Geschwindigkeit u entsprechende Wassersäulen-Höhe; bezeichnet man dieselbe mit h , setzt also (7)

$$(5) \quad \frac{u^2}{2g} = h,$$

so kann man auch statt (4) schreiben

$$(6) \quad h + h = H$$

In jedem Querschnitte des Kanals a a_0 ist also die Summe aus der Pressungshöhe h (die man auch die hydraulische Druckhöhe heisst) und aus der Geschwindigkeitshöhe h gleich der hydrostatischen oder effektiven Druckhöhe H desselben Punktes, wenn man von den Verlusten durch Widerstände absieht.

Die Höhe H zeigt ein Wassermanometer an, dessen in's Rohr eingesteckter Schenkel in der Art umgebogen ist, dass er dem Wasserstrome gerade entgegensteht. Wendet man diesen Schenkel um 180° herum, stellt man ihn also nach der Richtung des Wasserstromes, so wird das Manometer die Höhe h anzeigen. Der Unterschied $H - h$ ist sodann die Geschwindigkeitshöhe h .

Für $u = 0$ ist vermöge (5) $h = 0$, daher auch

$$h = H$$

Die hydraulische Höhe erreicht also ihren höchsten Werth, wenn das Wasser sich möglichst langsam durch das Rohr bewegt.

Soll $h = 0$ sein, so muss

$$h = \frac{u^2}{2g} = H, \text{ also}$$

$$u = \sqrt{2gH}$$

d. h. das Wasser übt auf einen Punkt der Gefässwand dann keinen Druck aus, wenn es mit der, der hydrostatischen Druckhöhe H dieses Punktes entsprechenden Geschwindigkeit $\sqrt{2 g H}$ sich darin bewegt, wenn also der Gefässquerschnitt gleich dem Ausflussquerschnitt ist.

3. Sind h_1 u_1 H_1 und h_2 u_2 H_2 zusammengehörige Grössen und liegt der Schwerpunkt des mit 2 bezeichneten Querschnittes um das Stück b tiefer als der Schwerpunkt des Querschnittes 1, ist also

$H_2 - H_1 = b$, so ist

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_1 + h_1 = H_1 \text{ und}$$

$$h_2 + \frac{u_2^2}{2g} = h_2 + h_2 = H_2, \text{ daher}$$

$$h_2 - h_1 + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = H_2 - H_1 \text{ oder}$$

$$h_2 - h_1 + h_2 - h_1 = b$$

$$(7) \quad h_2 + h_2 = h_1 + h_1 + b$$

Vergleicht man zwei Querschnitte mit einander, welche in demselben Niveau liegen, die also eine gleiche hydrostatische Höhe $H_1 = H_2 = H$ haben, ein Fall, der bei einem horizontal sich fortziehenden Röhrenstücke vorkommt, so ist für dieselben

$$b = 0, \text{ daher}$$

$$(8) \quad h_2 + h_2 = h_1 + h_1 = H$$

In jenem Querschnitte, in welchem das Wasser sich geschwinder bewegt, also in dem kleinern, wird die Geschwindigkeitshöhe h_2 grösser, dagegen die hydraulische Höhe h_2 kleiner sein als in dem andern grössern Querschnitte, wenn die Querschnitte sich stetig ändern und die Widerstände vernachlässigt werden.

Liegen dagegen zwei Querschnitte in einem ungleichen Niveau, so kann darin ein gleicher hydraulischer Druck

$h_1 = h_2$ nur dann stattfinden, wenn

$$h_2 - h_1 = b = H_2 - H_1 \text{ ist,}$$

wenn nämlich in dem tiefer gelegenen Querschnitte die Geschwindigkeit grösser, mithin der Querschnitt selbst kleiner ist, als in dem höher gelegenen.

4. Die Gleichung (4) gilt natürlich auch für ein geradaxiges und vertikal stehendes Rohr. Fliesst Wasser aus einem grossen Behälter mit constanter Oberfläche AB Fig. 3 durch das vertikale Rohr R in einen tiefern Behälter mit constanter Oberfläche CD , und ist U die Geschwindigkeit an der untern Mündung MN mit dem Querschnitt $= A$

unter der Pressungshöhe h , so ist, abgesehen von Widerständen, die effektive Höhe beim Austritt:

$$\frac{U^2}{2g} + h$$

gleich der hydrostatischen Höhe $H + h$ also auch

$$\frac{U^2}{2g} = H$$

d. h. die Ausflussgeschwindigkeit U entspricht immer dem wirk-samen Gefälle H , das Rohr mag beliebig tief ins Unterwasser eintauchen.

Bezeichnet U_1 und h_1 die Geschwindigkeit und Pressungshöhe an irgend einer andern Stelle des Rohres mit dem Querschnitt A_1 in dem Abstände $= H_1$ unter dem Oberwasserspiegel, so ist auch

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2g} = H_1 \text{ also}$$

$$h_1 = H_1 - \frac{U_1^2}{2g}$$

Wegen des Durchflusses gleicher Wassermengen durch die beiden Querschnitte A und A_1 hat man:

$$A_1 U_1 = AU \text{ also}$$

$$U_1 = \left(\frac{A}{A_1}\right) U$$

$$\frac{U_1^2}{2g} = \left(\frac{A}{A_1}\right)^2 \frac{U^2}{2g}$$

$$\frac{U_1^2}{2g} = \left(\frac{A}{A_1}\right)^2 H \text{ daher}$$

$$(9) \quad h_1 = H_1 - \left(\frac{A}{A_1}\right)^2 H$$

In demselben Abstände H_1 vom Oberwasserspiegel kann daher die Pressungshöhe h_1 ganz verschiedene Werthe annehmen.

Ist zunächst das Rohr gleich weit also

$$A_1 = A \text{ oder } U_1 = U$$

so folgt

$$h_1 = H_1 - H$$

$$h_1 = -(H - H_1)$$

die Pressung des Wassers in dem gedachten Querschnitt ist daher negativ, und numerisch um so grösser, je höher der fragliche Querschnitt über dem Unterwasserspiegel gelegen ist. Die Grösse dieser negativen Pressungshöhe wird durch die Höhe der betreffenden Unterwassersäule

$H - H_1$ gemessen. Auf diesem Satze beruht das Saugen der Luft bei einem Wassertrommelgebläse.

Ist das Rohr in dem Abstände H_1 vom Oberwasserspiegel enger als am Ausflusse, ist daher

$$A_1 < A \text{ oder } U_1 > U$$

so wird der Bruch

$$\frac{A}{A_1} > 1$$

daher noch in einem höheren Maasse

$$\left(\frac{A}{A_1}\right)^2 H > H_1;$$

es wird daher h_1 noch stärker negativ als bei durchaus gleicher Rohrweite, vorausgesetzt, dass die Querschnitte gegen A_1 allmählig sich verengen, so dass durch die Verengung keine Wirbelbildung erzeugt wird.

Ist endlich das Rohr an der betrachteten Stelle weiter als an der Ausflussmündung, ist daher

$$A_1 > A \text{ oder } U_1 < U$$

so wird h_1 nur so lange negativ bleiben, so lange

$$\left(\frac{A}{A_1}\right)^2 H > H_1$$

ist, und es wird die Pressungshöhe

$$h_1 = 0$$

werden, d. h. das Wasser im Rohre wird die atmosphärische Pressung annehmen, wenn

$$\left(\frac{A}{A_1}\right)^2 H = H_1$$

ist; der Querschnitt A_1 , bei welchem dieser Fall eintritt, ergibt sich aus

$$(10) \quad A_1 = A \sqrt{\frac{H}{H_1}} \quad (9)$$

Ist z. B. $H_1 = \frac{1}{4} H$, so muss $A_1 = 2 A$ sein, damit in dieser Tiefe atmosphärische Pressung herrscht.

Wäre A_1 noch grösser als $2 A$, so würde h_1 schon einen positiven Werth annehmen.

Gibt man in dem soeben betrachteten Falle dem Rohre einen kreisförmigen Querschnitt, so ist:

$$A = \frac{D^2 \pi}{4} \text{ und } A_1 = \frac{D_1^2 \pi}{4} \text{ daher vermöge (10)}$$

$$D_1^2 = D^2 \sqrt{\frac{H}{H_1}}$$

$$D_1 = D \sqrt[4]{\frac{H}{H_1}}$$

(11)

Berechnet man für die aufeinanderfolgenden Höhen

$$H_1 = 0.1 H$$

$$= 0.2 H$$

$$= 0.3 H \text{ etc.}$$

die Werthe von $\sqrt[4]{\frac{H}{H_1}}$, so erhält man die Durchmesser D_1 der einzelnen Röhrenquerschnitte, in denen allen die Pressung des Wassers der atmosphärischen gleich, also die Manometerhöhe $h = 0$ ist.

Man findet der Reihe nach

für $H_1 = 0.1 H$	$D_1 = 1.78 D$
„ „ $= 0.2$ „	$= 1.49$ „
„ „ $= 0.3$ „	$= 1.35$ „
„ „ $= 0.4$ „	$= 1.26$ „
„ „ $= 0.5$ „	$= 1.19$ „
„ „ $= 0.6$ „	$= 1.14$ „
„ „ $= 0.7$ „	$= 1.09$ „
„ „ $= 0.8$ „	$= 1.06$ „
„ „ $= 0.9$ „	$= 1.03$ „
„ „ $= 1.0$ „	$= 1.00$ „

Setzt man den untersten Durchmesser $D = 1$ so geben die vorstehenden Koeffizienten die Weiten des Rohres in den betreffenden Höhen. Die Fig. 4 stellt ein solches Rohr vor, in welchem an allen Punkten atmosphärische Pressung stattfindet.

Den hier entwickelten Gesetzen unterliegt das Wasser bei seiner Bewegung durch das Leitrad einer Rohrturbine, indem die Schaufeln des Leitrades sich allmählig verengende Kanäle bilden. Der Umstand, dass die Achsen der Leitkanäle doppelt gekrümmt sind, ändert nichts an der Bewegung der Wassertheilchen, sondern verursacht bloss eine Aenderung in der Richtung des auf die Bewegung senkrechten Druckes m d Fig. 2.

Auf dem Wege durch diese Kanäle wird die Geschwindigkeit, daher auch die Geschwindigkeitshöhe h zunehmen, dagegen die Pressungshöhe h abnehmen.

§. 3.

Hauptgleichung für die Bewegung des Wassers durch einen fortschreitenden Kanal überhaupt und durch das Laufrad der Rohrturbine insbesondere.

Die für die Bewegung des Wassers durch einen ruhenden Kanal entwickelte allgemeine Gleichung (1):

$$z - xy + \frac{\gamma}{2g} u^2 = \text{Const.}$$

gilt auch für den Fall, wenn der Kanal nicht ruht, sondern horizontal mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortschreitet, wie diess z. B. auf einem fortschwimmenden Schiffe stattfindet. Nur bezeichnet dann u nicht mehr die absolute Geschwindigkeit des Wassers im Raume, sondern seine relative, nämlich jene Geschwindigkeit, welche das Wasser im Vergleich zu dem umschliessenden Kanalwänden annimmt.

Es gilt daher die allgemeine Gleichung (1) auch für das Laufrad einer Rohrturbine.

Was zunächst in dieser Gleichung die Pressung z des Wassers an der Eintrittsseite des Laufrades anbelangt, so wird vorausgesetzt, dass beim Uebertritt aus dem Leitrade in's Laufrad keine Aenderung der Pressung und ebenso auch keine Aenderung der Geschwindigkeit U_0 stattfindet, weil es sich darum handelt, jeden Effektsverlust zu vermeiden, und weil vor der Hand von den Bewegungswiderständen abgesehen werden soll.

Es wird daher angenommen, dass
(12) $z_1 = z_0$ oder $h_1 = h_0$ und $U_1 = U_0$
ist, was offenbar nur bei einer bestimmten gegenseitigen Stellung und Geschwindigkeit der Schaufeln stattfinden kann, deren Ermittlung jedoch den Gegenstand einer spätern Untersuchung bilden wird.

Die der Pressung z_0 entsprechende Höhe $\frac{z_0}{\gamma} = \S + h_0$ des Wassers beim Austritte aus dem Leitrade ergibt sich, wenn man zur gesammten Gefällshöhe H d. i. dem vertikalen Abstände zwischen dem Wasserspiegel des Ober- und Unterwassers Fig. 1 vorher die dem atmosphärischen Drucke entsprechende Wassersäulenhöhe $\S$ hinzuschlägt, und sodann von der Summe nicht bloss das Untergefäll H_u nebst der Radhöhe b_1 , sondern auch noch die Austritts-Geschwindigkeitshöhe

$$b_0 = \frac{U_0^2}{2g}$$

in Abzug bringt, letzteres aus dem Grunde, weil bei derselben Gefällshöhe

vermöge (6) die hydraulische oder Pressungshöhe einen um so kleinern Werth annimmt, mit einer je grössern Geschwindigkeit U_0 das Wasser aus den Leitradkanälen austritt.

Es ist daher wegen $z_1 = z_0$ die Pressung beim Eintritt in das Laufrad:

$$(13) \quad z_1 = \left(\S + H - H_n - b - \frac{U_0^2}{2g} \right) \gamma$$

Die hydrostatische Druckhöhe x_1 auf demselben Orte lässt sich ausdrücken durch

$$(14) \quad x_1 = H - H_n - b$$

Substituirt man nun diese beiden Werthe (13) und (14) in die allgemeine Gleichung (1) und bezeichnet die relative Geschwindigkeit beim Eintritt in das Laufrad mit u_1 , so erhält man für die Eintrittsseite:

$$(15) \quad \S \gamma - \frac{\gamma}{2g} U_0^2 + \frac{\gamma}{2g} u_1^2 = \text{Const.}$$

Für die Austrittsseite des Laufrades ist die Pressung:

$$(16) \quad z_2 = \left(\S - H_n - \frac{U_2^2}{2g} \right) \gamma;$$

sie ist kleiner als die atmosphärische, indem das Wasser im Ausflussrohr hängt. Um eine Vorstellung von der Pressung des Wassers an der gedachten Austrittsstelle zu erlangen, braucht man sich nur daselbst eine mit Wasser angefüllte Manometerröhre in das Ausflussrohr eingesteckt zu denken; man wird einen negativen Manometerstand, nämlich $= -H_n$ finden, und da auf das Wasser im offenen Manometerschenkel die Atmosphäre einen Druck ausübt, welchem eine Wassersäule von der Höhe $\S$ entspricht, so folgt, dass, ohne Rücksicht auf die Geschwindigkeit U_2 , das Wasser daselbst die absolute Pressung $= (\S - H_n) \gamma$ besitzt. Letztere muss aber noch um die der Austrittsgeschwindigkeit $= U_2$ entsprechende Pressung

$$\frac{U_2^2}{2g} \gamma$$

vermindert werden. Die Geschwindigkeit U_2 darf jedoch nur gering sein; sie ist aber nothwendig, damit das Aufschlagwasser abfliessen könne. Es ist daher wie gesagt

$$z_2 = (\S - H_n) \gamma - \frac{U_2^2}{2g} \gamma$$

Die hydrostatische Druckhöhe x_2 an der Austrittsseite des Laufrades ist

$$(17) \quad x_2 = H - H_n$$

Führt man wieder diese beiden Werthe für z_2 und x_2 in die allgemeine Formel (1) ein, und bezeichnet die relative Geschwindigkeit beim Austritte aus dem Laufrade mit u_2 , so folgt

$$(18) \quad (\xi - H) \gamma - \frac{\gamma}{2g} U_2^2 + \frac{\gamma}{2g} u_2^2 = \text{Const.}$$

(18) von (15) abgezogen liefert die gesuchte bestimmte Gleichung für das Laufrad der Turbine, nämlich:

$$(19) \quad \frac{\gamma}{2g} (U_2^2 - U_0^2) - \frac{\gamma}{2g} (u_2^2 - u_1^2) + H \gamma = 0, \text{ oder}$$

$$u_2^2 - u_1^2 = 2gH + U_2^2 - U_0^2$$

Soll beim Uebertritte des Wassers aus dem Leitrade in's Laufrad kein Verlust an lebendiger Kraft stattfinden, so muss die Eintritts-Geschwindigkeit U_1 nicht bloss in ihrer Grösse mit der Geschwindigkeit U_0 übereinstimmen, sondern letztere darf auch keine plötzliche Aenderung in ihrer Richtung erfahren. Es lässt sich aber in dem aufgewickelten mittleren cylindrischen Schnitte die Geschwindigkeit $U_1 = U_0 = a b$ Fig. 5 in zwei Komponenten zerlegen und zwar: die eine nach der Tangente $a c$ an den vom Schaufelpunkt a während der Umdrehung beschriebenen Kreis, und die andere nach der Tangente $a d$ zur Schaufelkurve $a e$. Unter der Voraussetzung nun, dass beim Uebertritte des Wassers aus dem Leitrade in das Laufrad kein Stoss, also keine plötzliche Aenderung in der Geschwindigkeit stattfindet, muss die Komponente $a c$ mit der Peripherie-Geschwindigkeit v des Laufrades und die Komponente $a d$ mit der relativen Geschwindigkeit u_1 des Wassers in der Grösse übereinstimmen.

Da bei einer im Gange befindlichen Turbine die in Rotation begriffenen Theile des Laufrades mit einer um so grössern Peripherie-Geschwindigkeit umlaufen, je weiter dieselben von der Umdrehungsachse entfernt sind, so folgt, dass v für jene Wasserfäden, welche sich näher der innern Peripherie des Laufrades bewegen, kleiner sei, als für die Wasserfäden an der äussern Peripherie. Gibt man den Schaufeln des Laufrades im Vergleich mit ihrem gemeinschaftlichen äussern Durchmesser nur eine geringe Breite, so entfernt man sich nur wenig von der Wahrheit, wenn man annimmt, dass alle Wasserfäden, welche mit der Geschwindigkeit U_0 aus dem Leitrade heraustreten, mit einer und derselben horizontalen Geschwindigkeit v tangential ausweichen, welche der mittlern Peripherie des Laufrades zukömmt. Wir wollen diese Annahme auch in der Folge beibehalten und unter v die Umdrehungs-Geschwindigkeit des Laufrades auf dessen mittlere Peripherie bezogen verstehen.

Für die relative Geschwindigkeit u_1 an der Einlaufseite des Laufrades folgt aus dem Dreiecke $c a b$ wegen des Winkels $c a b = \beta_0$:

$$(20) \quad u_1^2 = v^2 + U_0^2 - 2 v U_0 \cos. \beta_0$$

Die relative Geschwindigkeit u_2 an der Auslaufseite des Laufrades ergibt sich aus dem Dreiecke $v U_2 u_2$, in welchem U_2 auf v senkrecht ste-

hen soll, um dem Wasser nach dem Austritte aus dem Laufrade die Richtung seiner sofortigen Bewegung zu geben; man hat nämlich:

$$(21) \quad u_2^2 = v^2 + U_2^2$$

Wird (20) von (21) abgezogen, so ergibt sich

$$(22) \quad u_2^2 - u_1^2 = U_2^2 - U_0^2 + 2vU_0 \cos. \beta_0.$$

Substituirt man diesen für $u_2^2 - u_1^2$ gefundenen Ausdruck in die Gleichung (19), so erhält man die Hauptgleichung für das Laufrad:

$$(23) \quad vU_0 \cos. \beta_0 = gH$$

in welcher keine relativen, sondern bloß absolute Geschwindigkeiten vorkommen.

§. 4.

Entwicklung der Haupt-Gleichung für die Bewegung des Wassers durch die Turbine mit Berücksichtigung sämtlicher Widerstände.

Die Gleichung (6) für die Bewegung des Wassers durch einen Kanal, nämlich:

$$h + \mathfrak{h} = H$$

ist vermöge ihrer Entwicklung nur unter der Voraussetzung gültig, dass man von den Bewegungshindernissen, die das Wasser innerhalb der Gefällshöhe H zu überwinden hat, absieht.

Werden letztere berücksichtigt, und drückt man dieselben durch einen aliquoten Theil w der Gefällshöhe H also durch wH aus, so erhält man die Gleichung

$$\begin{aligned} h + \mathfrak{h} + wH &= H \\ h + \mathfrak{h} &= (1-w)H. \end{aligned}$$

Bei Berücksichtigung der Widerstände ist also die effektive Höhe $h + \mathfrak{h}$ nicht $= H$, sondern kleiner als H wegen $1 - w < 1$

Da nun das Wasser auf seinem Wege durch das Leit- und Laufrad mehrfache Widerstände zu überwinden hat, so folgt, dass die ohne deren Berücksichtigung entwickelte Hauptgleichung (23) rektificirt werden müsse, wenn sie für einen praktischen Fall gelten soll.

Um nun die Aenderung kennen zu lernen, welche diese Gleichung bei Berücksichtigung sämtlicher Bewegungswiderstände erfährt, wollen wir dieselbe von diesem neuen Standpunkt nochmals entwickeln und wir bezeichnen die Widerstandshöhen der Reihe nach durch:

$$w_0 H, \quad w_1 H, \quad w_2 H, \quad w_3 H; \quad (28)$$

dabei bedeutet:

H die hydrostatische oder Gefällshöhe des Wassers, (29)

die $w_0 H$ den Verlust an effektiver Höhe in Folge der Bewegung des Wassers durch das Leitrad;

$w_1 H$ jenen Höhenverlust, welcher durch den Uebertritt des Wassers aus dem Leitrade ins Laufrad veranlasst wird, und der in dem Anstossen des Wassers gegen die, wenn auch zugeschärften Köpfe des Laufrades seinen Grund hat; dieser Verlust spricht sich durch die dort auftretenden Wasserwirbel aus;

$w_2 H$ den Höhenverlust in Folge der Bewegung des Wassers durch das Laufrad, also in Folge der Reibung an den Seitenwänden der Laufradkanäle und in Folge der unvermeidlichen Unregelmässigkeiten der Bewegung auf diesem Wege; endlich

$w_3 H$ den Höhenverlust, welcher durch den Uebertritt des Wassers aus dem Laufrade in das Abflussrohr, ferner durch die Reibung im Abflussrohr, und endlich durch den Austritt aus Letzterem verursacht wird.

Bringt man diese Höhenverluste bei Aufstellung jener Gleichungen in Rechnung, welche für die Hauptquerschnitte einer Rohrturbine vermöge der allgemeinen Bewegungsgesetze des Wassers sich aufstellen lassen, so erhält man der Reihe nach:

1) für den Austritt aus dem Leitrade:

$$(24) \quad h_0 + \frac{U_0^2}{2g} + w_0 H = H_0$$

2) Für den Uebertritt des Wassers aus dem Leitrad ins Laufrad

$$(25) \quad h_1 + \frac{U_1^2}{2g} + w_1 H = h_0 + \frac{U_0^2}{2g}$$

3) Für die Austrittsseite des Laufrades, in dessen Kanälen die relative Geschwindigkeit von u_1 in u_2 übergeht, und worin die Bewegung gerade so stattfindet, als wenn das Laufrad ruhig stände:

$$(26) \quad h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + w_2 H = h_1 + \frac{u_1^2}{2g} + b$$

4) Endlich für den Uebertritt aus dem Laufrade in das Abflussrohr

$$(27) \quad w_3 H = h_2 + \frac{U_2^2}{2g} + H_u$$

weil die effektive Höhe $h_2 + \frac{U_2^2}{2g}$ mehr der Gefällshöhe H_u durch die Widerstandshöhe $w_3 H$ aufgezehrt wird.

Endlich folgt aus den Gleichungen (20) und (21)

$$(28) \quad \frac{u_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \frac{U_0^2}{2g} - \frac{v U_0 \cos. \beta_0}{g} \text{ und}$$

$$(29) \quad \frac{u_2^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \frac{U_2^2}{2g}$$

Die erste dieser Gleichungen (28) drückt die Bedingung aus, dass das Wasser bei seinem Uebertritte aus dem Leitrade ins Laufrad sowohl dieselbe Richtung als auch dieselbe Geschwindigkeit beibehalten, und daher lediglich die Pressung von h_0 in h_1 abändern soll.

Dass man diese Annahme auch hier, wo es sich nicht mehr um die theoretische, sondern um die wirkliche Bewegung des Wassers mit Rücksicht auf die Widerstände handelt, machen kann, lässt sich wie folgt nachweisen:

Während seiner Bewegung durch die auf einander folgenden Kanalquerschnitte des Leit- und Laufrades verhält sich das Wasser gerade so, wie beim Durchströmen durch ein vertikales Rohr von rechteckigem Querschnitte, in welchem parallel zur Stromrichtung zwei auf einanderfolgende Reihen von Platten in verschiedener Zahl, jedoch von solcher Dicke angebracht sind, dass die Summe der Durchflussquerschnitte zwischen beiden Plattenreihen gleich gross bleibt, dass also die Dicke der in geringer Zahl vorhandenen Platten grösser ist als jene der zahlreicheren.

Bezeichnet man die Abstände der einzelnen Platten unter einander und von den Rohrwänden bei der obern Plattenreihe mit A_0 und bei der untern Plattenreihe mit A_1 und befinden sich, wie diess in der Fig. 5 a. dargestellt ist, in der obern Reihe z. B. 3 und in der untern 5 Platten, ist also die Zahl der Abstände beziehungsweise 4 und 6, so wird vorausgesetzt, dass

$$4 A_0 = 6 A_1 \text{ sei.}$$

Wegen der gleichen Durchflussquerschnitte zwischen den beiden Plattenreihen sind die Geschwindigkeiten zwischen denselben gleich; es ist also:

$$U_1 = U_0;$$

dabei muss jedoch vorausgesetzt werden, dass die untern Platten im Verhältnisse zu den gegenseitigen Abständen der obern Platten nicht zu dick seien, weil sonst einige derselben die Durchflussquerschnitte zwischen den obern Platten gänzlich absperren würden.

Die Köpfe der untern Plattenreihe haben zwar auf die Geschwindigkeit des Wassers keinen Einfluss, es bleiben daher die betreffenden Geschwindigkeitshöhen einander gleich, d. h. es ist:

$$h_1 = h_0;$$

sie sind jedoch keineswegs ohne Wirkung auf die effektive Höhe des Wassers; sie vermindern nämlich in Folge der hervorgerufenen Wirbeln die Pressung, oder was dasselbe ist, die hydraulische Höhe des Wassers zwischen denselben, und es wird diese Wirkung überhaupt noch durch die grössere Oberfläche der 5 Platten in der untern Reihe erhöht; es ist daher die hydraulische Höhe zwischen den untern Platten

$$h_1 < h_0$$

und desshalb auch

$$h_1 + h_1 < h_1 + h_0 \text{ oder}$$

$$H_1 < H_0$$

Dieses Verhältniss zwischen den Geschwindigkeiten und Pressungen erleidet keine Veränderung, wenn die untere Plattenreihe in horizontaler Richtung sich hin und her bewegt, wie diess bei der Turbine in der That stattfindet, und durch Zuschärfung der obern Stirnflächen der untern Plattenreihe wird bloss die Wirbelbildung in diesem Querschnitt vermindert.

Addirt man nun die 6 Gleichungen (24), (25), (26), (27), (28) und (29), so erhält man

$$(w_0 + w_1 + w_2 + w_3) H = H_0 + b + H_u - \frac{v U_0 \cos. \beta_0}{g}$$

Setzt man die Summe aller Widerstandshöhen

$$(w_0 + w_1 + w_2 + w_3) H = w H$$

und berücksichtigt, dass

$$H_0 + b + H_u = H$$

ist, so folgt auch

$$w H = H - \frac{v U_0 \cos. \beta_0}{g}$$

$$v U_0 \cos. \beta_0 = g (1 - w) H;$$

da nun bei unveränderter Wassermenge die reine Gefällshöhe H , um die Summe aller Widerstandshöhen vermindert, als Maassstab für den hydraulischen Nutzeffekt dient, da also wenn man den hydraulischen Wirkungsgrad mit ξ bezeichnet

$$(1 - w) H = \xi H$$

gesetzt werden kann, so hat man auch

$$(30) \quad v U_0 \cos. \beta_0 = g \xi H$$

Diese Gleichung stimmt mit der unter (23) aufgestellten, welche mit Ausserachtlassung aller Widerstände entwickelt wurde, vollkommen überein, bis auf den der Gefällshöhe H vorgesetzten Koeffizienten ξ im zweiten Gliede, und es übergeht die Gleichung (30) in die Gleichung (23) wenn man die Summe der Widerstandshöhen

$$(w_0 + w_1 + w_2 + w_3) H = w H$$

gleich 0, also

$$w = 0 \text{ und daher } \xi = 1$$

annimmt, mithin von allen Widerständen abstrahirt.

Ferner ist aus den Gleichungen (23) und (30) ersichtlich, dass die Geschwindigkeiten v und U_0 von den in verschiedenen Punkten der Turbine vorhandenen differenten Pressungen ganz unabhängig seien, und dass sie sich so gestalten, als wenn die Bewegung des Wassers nicht

unter dem ganzen reinen Gefälle H sondern unter der reduzierten Gefällshöhe ξH vor sich gehen würde.

Unter der gemachten Voraussetzung, dass der Uebertritt des Wassers aus dem Leitrade in das Laufrad ohne Aenderung der Geschwindigkeit U_0 weder in ihrer Grösse noch in ihrer Richtung vor sich gehe, besteht zwischen den beiden Geschwindigkeiten v und U_0 ausser der Gleichung (20) noch eine andere Beziehung, welche durch die Schaufel-Winkel β_0 und β_1 ausgedrückt werden kann; aus dem Dreiecke **a b c** Fig. 5 folgt nämlich:

$$(31) \quad \frac{v}{U_0} = \frac{\sin. (\beta_0 + \beta_1)}{\sin. \beta_1}$$

Die beiden Gleichungen (30) und (31) nach U_0 und v aufgelöst geben

$$(32) \quad v = \sqrt{\frac{g \xi H \sin. (\beta_0 + \beta_1)}{\cos. \beta_0 \sin. \beta_1}}$$

$$(33) \quad U_0 = \sqrt{\frac{g \xi H \sin. \beta_1}{\cos. \beta_0 \sin. (\beta_0 + \beta_1)}}$$

§. 5.

Entwicklung der übrigen allgemeinen Gleichungen für das Leit- und Laufrad einer Rohrturbine.

Der Geschwindigkeit U_0 mit welcher das Wasser aus dem Leitrade austritt, kann man durch Verengung oder Erweiterung der Leitradekanäle beliebige, innerhalb weiter Grenzen gelegene Werthe geben, wie diess aus dem 4. Absatze des §. 2 hervorgeht. Da nun der gemachten Voraussetzung zu Folge das Laufrad so geschaufelt werden soll, dass das Wasser in dasselbe mit ungeänderter Geschwindigkeit

$$U_1 = U_0$$

eintreten, und der beim Uebertritt sich ergebende Effektverlust bloss in der Abnahme der Pressung sich aussprechen soll, so hat man es ganz in seiner Gewalt, im Voraus festzustellen, in welcher Weise das Wasser im Laufrad zu wirken habe:

- a) ob ohne weiterer Aenderung der Pressung bloss durch Aenderung seiner Geschwindigkeit; oder
- b) bloss durch Aenderung der Pressung bei gleichbleibender absoluter Geschwindigkeit, oder
- c) durch Aenderung der Geschwindigkeit und Pressung zugleich.

Da bekanntlich die zweite Wirkungsweise des Wassers, wobei bloss

dessen Pressung in Arbeit übergeht, mit dem Namen Reaktion bezeichnet wird, so dürfte es nicht gefehlt sein, die erstere ihr gerade entgegengesetzte Wirkungsweise, nämlich jene, wobei bloss die Geschwindigkeit in Arbeit umgesetzt wird, mit dem Namen Aktion zu belegen.

Wir können daher drei Systeme von Rohrturbinen unterscheiden, u. z.:

- a) Reine Aktionsturbinen,
- b) Reine Reaktionsturbinen,
- c) Gemischte Turbinen.

Da beim Austritte aus dem Laufrade die Pressung des Wassers sehr nahe durch die Unterwassersäulenhöhe — H_u gemessen wird, so muss bei einer reinen Aktionsturbine an der Einlaufseite eine Pressung

$$h_1 = -H_u - b$$

bestehen.

Substituiert man diesen Werth von h_1 in (25)

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2g} + w_1 H = h_0 + \frac{U_0^2}{2g}$$

und berücksichtigt, dass der gemachten Annahme zu Folge $U_1 = U_0$ ist, so folgt

$$-H_u - b + w_1 H = h_0$$

Führt man überdies in die letzte Gleichung für h_0 den Werth aus (24) ein, so erhält man

$$-H_u - b + w_1 H = H_0 - \frac{U_0^2}{2g} - w_0 H$$

$$\frac{U_0^2}{2g} = H_0 + b + H_u - (w_0 + w_1) H$$

$$\frac{U_0^2}{2g} = H - (w_0 + w_1) H$$

$$(34) \quad \frac{U_0^2}{2g} = (1 - w_0 - w_1) H$$

Für eine reine Reaktionsturbine dagegen hat man dem aufgestellten Begriffe zu Folge

$$U_2 = U_1 = U_0$$

Da ferner die Pressungshöhe h_2 an der Austrittsseite des Laufrades sehr nahe gleich — H_u ist, so hat man vermöge (27) auch sehr nahe

$$\frac{U_2^2}{2g} = w_3 H;$$

hieraus folgt wegen $U_2 = U_0$ für eine Reaktionsturbine

$$(35) \quad \frac{U_0^2}{2g} = w_3 H$$

Die für $\frac{U_0^2}{2g}$ möglichen Werthe liegen daher für alle Varietäten von Turbinen vermöge (34) und (35) zwischen den äussersten Grenzen $(1 - w_0 - w_1) H$ und $w_3 H$; dabei steht der erstere Koeffizient $1 - w_0 - w_1$ nahe der Einheit, während der letztere

w_3 nahe der Null gelegen ist, und diess in einem um so höhern Grade, je geringere Werthe die Widerstandskoeffizienten annehmen.

Bezeichnet man daher im Allgemeinen den in den Ausdrücken (34) und (35) für $\frac{U_0^2}{2g}$ vorkommenden Koeffizienten von H mit m , so hat man für die Eintrittsgeschwindigkeit $U_1 = U_0$ die Gleichung:

$$(36) \quad \frac{U_0^2}{2g} = m H, \text{ oder } h_0 = m H;$$

man versteht dann unter m einen echten Bruch, der für gemischte Turbinen zwischen den Grenzen

$(1 - w_0 - w_1)$ und w_3 gelegen ist, und für reine Aktions- und Reaktionsturbinen dieselben gerade erreicht.

Die absolute Austrittsgeschwindigkeit U_2 Fig. 5 lässt sich als Resultirende der beiden Geschwindigkeiten u_2 und v betrachten, und da das Wasser aus dem Laufrade senkrecht auf die Radebene entweichen soll, da also U_2 auf v senkrecht steht, so folgt aus dem rechtwinkligen Dreiecke $v U_2 u_2$:

$$(37) \quad U_2 = v \tan \beta_2$$

Für die Austrittsgeschwindigkeit U_2 lässt sich schon im Voraus eine gewisse Grösse feststellen, welche dieselbe nicht überschreiten soll. Um diesen Werth allgemein auszudrücken, wollen wir die der Geschwindigkeit U_2 entsprechende Höhe h_2 als einen aliquoten Theil der ganzen Gefällshöhe H betrachten und analog zu h_0

$$(38) \quad h_2 = \frac{U_2^2}{2g} = m H$$

setzen, wo m ein kleiner echter Bruch ist.

Der in §. 1 gewählten Bezeichnung zu Folge lässt sich die radiale Weite der Kanäle ausdrücken durch

$$R - \Re = R - \mu R = (1 - \mu) R;$$

daher die normale Querschnittsfläche eines Leitrads kanals auf der Austrittsseite durch:

$$a_0 (1 - \mu) R$$

und die Summe aller normalen Kanalquerschnitte des Leitrades durch:

$$n_0 a_0 (1 - \mu) R;$$

man hat daher für die Wassermenge M die Gleichung:

$$(39) \quad M = n_0 a_0 (1 - \mu) R U_0$$

Die einzelnen durch die Leitradschaufeln getheilten Wasserstrahlen füllen die Einlaufquerschnitte der Laufradkanäle wieder vollkommen aus; es ist daher

$$(40) \quad M = n_1 a_1 (1 - \mu) R u_1 = n_1 a_2 (1 - \mu) R u_2$$

Der senkrechte Abstand $q m$ Fig. 6 der gleichgelegenen Flächen zweier benachbarten Schaufeln beim Austritte aus dem Leitrade lässt sich für den mittleren Querschnitt ausdrücken durch

$$q m = o q + o m = \frac{a_0}{\sin. \beta_0} + \frac{\delta_0}{\sin. \beta_0} = \frac{a_0 + \nu_0 R}{\sin. \beta_0},$$

und daher die ganze ringförmige Fläche des Leitrades, welche von allen Kanälen sammt Schaufeln in Anspruch genommen wird, durch

$$\frac{a_0 + \nu_0 R}{\sin. \beta_0} (R - \Re) n_0 = \frac{a_0 + \nu_0 R}{\sin. \beta_0} (1 - \mu) R n_0.$$

Für dieselbe ringförmige Fläche hat man aber auch den Ausdruck

$$(R^2 - \mu^2 R^2) \pi = (1 - \mu^2) R^2 \pi;$$

daher kann man setzen:

$$\frac{a_0 + \nu_0 R}{\sin. \beta_0} (1 - \mu) R n_0 = (1 - \mu^2) R^2 \pi$$

$$(41) \quad (a_0 + \nu_0 R) n_0 = (1 + \mu) R \pi \sin. \beta_0$$

$$n_0 a_0 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] R.$$

Substituirt man diesen für $n_0 a_0$ gefundenen Werth in (39), so folgt:

$$(42) \quad M = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu) R^2 U_0$$

Auf dieselbe Weise ergibt sich für die beiden Querschnitte des Laufrades

$$M = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_1 - \nu_1 n_1] (1 - \mu) R^2 u_1 \text{ und}$$

$$M = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_2 - \nu_2 n_2] (1 - \mu) R^2 u_2$$

Es ist aber für den Uebertritt des Wassers ohne Richtungsänderung und für dessen vertikalen Austritt, mit Rücksicht auf Fig. 5

$$u_1 = \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} U_0 \text{ und}$$

$$u_2 = \frac{U_2}{\sin. \beta_2}$$

daher auch

$$(43) \quad M = \left[(1 + \mu) \pi - \frac{\nu_1 n_1}{\sin. \beta_1} \right] (1 - \mu) R^2 U_0 \sin. \beta_0 \text{ und}$$

$$(44) \quad M = \left[(1 + \mu) \pi - \frac{\nu_2 n_1}{\sin. \beta_2} \right] (1 - \mu) R^2 U_2$$

Diess sind nun die bestimmenden Gleichungen zwischen den einzelnen Grössen einer Rohrturbine, und es handelt sich nun darum, durch eine passende Kombination derselben die gewöhnlich unbekannten Grössen mit Hilfe der bekannten auszudrücken.

§. 6.

Ermittlung der Unbekannten aus den entwickelten Bestimmungsgleichungen.

Wir haben im Ganzen acht verschiedene Bedingungsgleichungen (32), (33), (36), (37), (38), (42), (43) und (44) aufgestellt, in welchen folgende 18 Grössen erscheinen:

$$\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad U_0 \quad U_2 \quad v \quad R \quad m$$

$$M \quad H$$

$$n_0 \quad n_1 \quad m \quad \mu \quad \nu_0 \quad \nu_1 \quad \nu_2 \quad \xi$$

Von diesen 18 Grössen sind in der Regel

M und **H** gegeben;

ausserdem können

$$n_0 \quad n_1 \quad m \quad \mu \quad \nu_0 \quad \nu_1 \quad \nu_2 \quad \text{und} \quad \xi$$

also im Ganzen acht als bekannt angesehen werden, da sie innerhalb gewisser praktischer Grenzen beliebig sind. Wir haben daher unter den 18 Grössen 10 Bekannte und 8 Unbekannte, und da wir für Letztere 8 Gleichungen besitzen, so sind alle 8 Unbekannten **v o l l k o m m e n** **b e s t i m m b a r**.

Die Aufgabe wird also darauf hinausgehen, die erstgenannten 8 unbekannten Grössen

$$\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad U_0 \quad U_2 \quad v \quad R \quad \text{und} \quad m$$

durch die übrigen 10 Bekannten auszudrücken.

1. U_0 und U_2 sind durch die Gleichungen (36) und (38) unmittelbar gegeben, sobald **m** gefunden ist; man hat nämlich

$$(45) \quad U_0 = \sqrt{2 m g H} \quad \text{und}$$

$$(46) \quad U_2 = \sqrt{2 m g H}$$

2. Um β_0 und β_1 zu ermitteln, setze man zunächst die beiden Ausdrücke für **M** (42) und (43) einander gleich; man findet:

$$(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0 = (1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_1 n_1 \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} \quad (43)$$

$$\nu_0 n_0 = \nu_1 n_1 \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} \quad (44)$$

$$(47) \quad \frac{\nu_0 n_0}{\nu_1 n_1} = \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} = \alpha$$

wenn man das Verhältniss der beiden Sinuse durch α ausdrückt.

Zu dieser Gleichung gelangt man auch unmittelbar auf folgendem Wege:

Aus (39) und (40) folgt:

$$n_0 a_0 U_0 = n_1 a_1 u_1$$

und weil unter der Voraussetzung eines stosslosen Uebertrittes vermöge Fig. 5

$$\frac{U_0}{u_1} = \frac{\sin. \beta_1}{\sin. \beta_0} \text{ also}$$

$$U_0 \sin. \beta_0 = u_1 \sin. \beta_1$$

ist, so folgt nach Division der erstern Gleichung durch die letztere

$$(48) \quad \frac{n_0 a_0}{\sin. \beta_0} = \frac{n_1 a_1}{\sin. \beta_1}$$

Da aber vermöge Fig. 6

$$\frac{a_0}{\sin. \beta_0} \text{ und } \frac{a_1}{\sin. \beta_1}$$

die horizontalen Weiten der betreffenden Kanäle bedeuten, so besagt letztere Gleichung nichts anderes, als dass die Summe der horizontalen Kanalweiten beider Räder an der Uebertrittsstelle gleich ist. Hieraus folgt, dass auch die Summe der horizontalen Schaufeldicken beider Räder gleich sein müsse; da aber die horizontalen Schaufeldicken durch

$$\frac{\delta_0}{\sin. \beta_0} \text{ und } \frac{\delta_1}{\sin. \beta_1}$$

sich ausdrücken lassen, so ergibt sich die Gleichung

$$\frac{n_0 \delta_0}{\sin. \beta_0} = \frac{n_1 \delta_1}{\sin. \beta_1} \text{ oder } \frac{n_0 \delta_0}{n_1 \delta_1} = \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} = \alpha;$$

wegen $\delta_0 = \nu_0 R$ und $\delta_1 = \nu_1 R$ kann man auch setzen

$$\frac{\nu_0 n_0}{\nu_1 n_1} = \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} = \alpha \quad (45)$$

Macht man $\delta_0 = \delta_1$ also $\nu_0 = \nu_1$ so ist dann auch

$$(49) \quad \frac{n_0}{n_1} = \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1} = \alpha$$

Die Schaufelzahlen n_0 und n_1 stehen dann im geraden Verhältnisse mit den Sinusen der betreffenden Winkel; je mehr Schaufeln daher das Laufrad im Vergleich zum Leitrade erhält, desto grösser muss β_1 gegenüber β_0 sein, und sind die Schaufelzahlen beider Räder gleich, so müssen es auch ihre Schaufelwinkel sein.

Diese aus den Grundgleichungen abgeleitete bisher unbeachtete Gleichung (47) zwischen β_0 und β_1 spielt in der vorliegenden Abhandlung eine wichtige Rolle. Es könnte befremden, wie so unbedeutende Grössen, als es die Schaufelzahlen n_0 und n_1 scheinen, Einfluss auf die Hauptverhältnisse einer Turbine nehmen sollten; allein wenn man bedenkt, dass bei einem kleinen Austrittswinkel β_0 die Schaufeldicken den Querschnitt wesentlich verkleinern, so lässt sich schon in Vorhinein ermessen, dass die Schaufelzahlen in der Turbinentheorie wesentliche Faktoren bilden, wie diess auch die weiteren Untersuchungen bestätigen werden.

Eine zweite Beziehung zwischen den trigonometrischen Funktionen von β_0 und β_1 enthält die Gleichung (33); setzt man darin für U_0 den Werth aus (36) oder (45) so folgt:

$$(50) \quad 2 g m H = \frac{g \xi H \sin. \beta_1}{\cos. \beta_0 \sin. (\beta_0 + \beta_1)} \text{ oder } 2 m \cos. \beta_0 \sin. (\beta_0 + \beta_1) = \xi \sin. \beta_1$$

Es handelt sich nun darum, aus den beiden Gleichungen (47) und (50) die Grössen β_0 und β_1 durch die übrigen darin vorkommenden Grössen zu bestimmen, also die beiden Gleichungen mit 2 Unbekannten aufzulösen.

Wird zu diesem Ende in der letzten Gleichung $\sin. (\beta_0 + \beta_1)$ entwickelt und dann aus (47) der Werth von

$$\sin. \beta_1 = \frac{1}{\alpha} \sin. \beta_0$$

substituiert, so folgt:

$$(51) \quad \begin{aligned} 2 m \cos. \beta_0 (\sin. \beta_0 \cos. \beta_1 + \sin. \beta_1 \cos. \beta_0) &= \xi \sin. \beta_1 \\ 2 m \cos. \beta_0 \left(\sin. \beta_0 \cos. \beta_1 + \frac{1}{\alpha} \sin. \beta_0 \cos. \beta_0 \right) &= \frac{\xi}{\alpha} \sin. \beta_0 \\ 2 m \cos. \beta_0 \left(\cos. \beta_1 + \frac{1}{\alpha} \cos. \beta_0 \right) &= \frac{\xi}{\alpha} \\ 2 m \cos. \beta_0 \cos. \beta_1 &= \frac{1}{\alpha} (\xi - 2 m \cos. \beta_0^2) \end{aligned}$$

und wenn man beide Glieder dieser Gleichung zum Quadrate erhebt

$$4 m^2 \cos. \beta_0^2 \cos. \beta_1^2 = \left(\frac{1}{\alpha} \right)^2 \left[\xi^2 - 4 m \xi \cos. \beta_0^2 + 4 m^2 \cos. \beta_0^4 \right]$$

Substituiert man noch statt $\cos. \beta_1^2$ seinen aus (47) folgenden Werth

$$\cos. \beta_1^2 = 1 - \sin. \beta_1^2 = 1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \sin. \beta_0^2 = 1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 (1 - \cos. \beta_0^2) =$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cos. \beta_0^2$$

so ergibt sich weiter

$$4 m^2 \cos. \beta_0^2 - 4 m^2 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cos. \beta_0^2 + 4 m^2 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cos. \beta_0^4 =$$

$$= \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \xi^2 - 4 m \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \xi \cos. \beta_0^2 + 4 m^2 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \cos. \beta_0^4$$

und da sich die Glieder mit $\cos. \beta_0^4$ aufheben

$$\cos. \beta_0^2 \left[4 m^2 - 4 m^2 \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 4 m \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \xi \right] = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 \xi^2$$

$$\cos. \beta_0^2 \left[m^2 \alpha^2 - m^2 + m \xi \right] = \frac{\xi^2}{4}$$

$$+ \xi$$

$$\cos. \beta_0 = \frac{\xi}{2 \sqrt{m \left[m \alpha^2 - m + \xi \right]}}$$

Da aber β_0 stets den spitzen Ausflusswinkel bezeichnet, so ist der Cosin. dieses Winkels stets positiv, daher

$$(52) \quad \cos. \beta_0 = \frac{\xi}{2 \sqrt{m [\xi + m (\alpha^2 - 1)]}}$$

Die zweite unbekannte trigonometrische Funktion von β_1 folgt dann aus (47) in Verbindung mit (52)

$$(53) \quad \sin. \beta_1 = \frac{1}{\alpha} \sin. \beta_0 = \frac{1}{\alpha} \sqrt{1 - \cos. \beta_0^2}$$

Aus den Gleichungen (52) und (53) ist ersichtlich, welchen entscheidenden Einfluss die Grösse $\alpha = \frac{n_0}{n_1}$, d. h. das Verhältniss der Schaufel-

zahlen und mit ihr die Grösse m auf die Konstruktion einer Rohrturbine nimmt, sobald man $\delta_0 = \delta_1$ konstruirt. Durch diese beiden Grössen allein sind die Winkel β_0 und β_1 vollkommen bestimmt, und jede willkürliche Annahme ist hiebei ausgeschlossen.

Da jedem Sinus zwei Winkel entsprechen, nämlich ein spitzer und dessen stumpfer Nebenwinkel, so bleibt es bei dem Winkel β_1 in (53) ungewiss, ob man ihn spitz oder stumpf nehmen soll. Um diessfalls sicher zu gehen, muss man den Winkel β_1 aus dessen Cosinus zu bestimmen und daher für den Letzteren einen schicklichen Ausdruck zu finden trachten,

weil man weiss, dass einem positiven Cosinus ein spitzer, einem negativen ein stumpfer Winkel entspricht.

Zu einem Ausdrucke für $\cos. \beta_1$ gelangt man auf folgende Art. Es ist vermöge (51):

$$(54) \quad \cos. \beta_1 = \frac{\xi}{2 m \alpha \cos. \beta_0} - \frac{1}{\alpha} \cos. \beta_0$$

$$\cos. \beta_1 = \frac{\cos. \beta_0}{2 m \alpha} \left(\frac{\xi}{\cos. \beta_0^2} - 2 m \right)$$

führt man darin aus (52) den Werth für $\cos. \beta_0$ ein, so ergibt sich:

$$\cos. \beta_1 = \frac{4 m [\xi + m (\alpha^2 - 1)] - 2 m \xi}{4 m \alpha \sqrt{m [\xi + m (\alpha^2 - 1)]}}$$

$$\cos. \beta_1 = \frac{2 \xi + 2 m (\alpha^2 - 1) - \xi}{2 \alpha \sqrt{m [\xi + m (\alpha^2 - 1)]}}$$

$$(55) \quad \cos. \beta_1 = \frac{\xi + 2 m (\alpha^2 - 1)}{2 \alpha \sqrt{m [\xi + m (\alpha^2 - 1)]}}$$

Um daher über den Winkel β_1 Gewissheit zu erlangen, wird man sich zu seiner Berechnung nicht der Formel (53) sondern (55) bedienen. Je nachdem der Zähler dieses Bruches positiv, = 0, oder negativ ausfällt, wird der dem $\cos. \beta_1$ entsprechende Winkel β_1 spitz, = 90° , oder stumpf sein müssen.

3. Die mittlere Umlaufs-Geschwindigkeit v ergibt sich aus der Gleichung (30)

$$v = \frac{g \xi H}{U_0 \cos. \beta_0}$$

und mit Berücksichtigung der Werthe für U_0 (45) und $\cos. \beta_0$ (52)

$$v = \frac{2 g H \sqrt{m [\xi + m (\alpha^2 - 1)]}}{\sqrt{2 m g H}}$$

$$(56) \quad v = \sqrt{\xi + m (\alpha^2 - 1)} \sqrt{2 g H} = k V$$

wenn man die der Gefällshöhe H entsprechende Ausflussgeschwindigkeit

$$\sqrt{2 g H} = V$$

und den Koeffizienten

$$\sqrt{\xi + m (\alpha^2 - 1)} = k$$

setzt.

Die mittlere Umlaufgeschwindigkeit hängt also zunächst von der Gefällshöhe H ab und wächst mit dieser; ausserdem haben aber noch die

beiden Grössen m und $\alpha = \frac{n_0}{n_1}$ darauf einen bestimmenden Einfluss. Von

der Wassermenge M ist also die beim günstigsten Gange der Turbine eintretende mittlere Peripheriegeschwindigkeit v ganz unabhängig.

4. Der Werth für R folgt aus der Gleichung (42)

$$R^2 = \frac{M}{[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0] (1 - \mu) U_0}$$

worin für $\sin. \beta_0$ der dafür aus (52) sich ergebende Werth

$$\sin. \beta_0 = \sqrt{1 - \cos. \beta_0^2} = \sqrt{1 - \frac{\xi^2}{4m[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}} \quad (54)$$

und für U_0 der Werth aus (45) zu substituieren ist.

Führt man den letztern Werth in die obige Gleichung wirklich ein, so erhält man:

$$(57) \quad \left\{ \begin{aligned} R &= \frac{1}{\sqrt{[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0] (1 - \mu) \sqrt{2mg}}} \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} \text{ oder} \\ R &= f \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} \end{aligned} \right. \quad (55)$$

wenn man den von M und H unabhängigen Faktor mit f bezeichnet, also

$$(58) \quad f = \frac{1}{\sqrt{[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0] (1 - \mu) \sqrt{2mg}}}$$

setzt.

Aus dem Ausdrücke für R geht hervor, dass bei sonst ganz gleichen Konstruktionsverhältnissen der Halbmesser R der $\sqrt{M}$ gerade, der $\sqrt[4]{H}$ dagegen verkehrt proportional sei, dass also der Halbmesser um so grösser ausfalle, je grösser die Wassermenge und je kleiner das Gefälle ist.

5. Zur Bestimmung des Austrittswinkels β_2 dient die Gleichung (37)

$$\text{tang. } \beta_2 = \frac{U_2}{v}$$

Substituirt man darin die Werthe von U_2 (46) und v (56) so ergibt sich:

$$(59) \quad \text{tang. } \beta_2 = \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1)}}$$

Wegen $\sin. \beta_2 = \frac{\text{tg } \beta_2}{\sqrt{1 + \text{tg } \beta_2^2}}$ ist auch

$$\sin. \beta_2 = \frac{\sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1)}}}{\sqrt{1 + \frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1)}}}$$

$$(60) \quad \sin. \beta_2 = \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}}$$

Es hängt also der Winkel β_2 gleichfalls nur von der Verhältnisszahl $\alpha = \frac{n_0}{n_1}$ dann von m und m ab, und weder die Gefällshöhe H noch die Wassermenge M und selbst die Verhältnisszahl μ haben auf den Werth des Winkels β_2 eben so wenig einen bestimmenden Einfluss, wie auf jenen der Winkel β_0 und β_1 .

Man sieht zugleich aus (59) und (60), dass es unzulässig ist, den Koëffizienten m oder die Geschwindigkeit U_2 gleich 0 zu setzen, weil sonst kein Wasser durch die Turbine laufen würde, und der Winkel β_2 gleich 0 sich berechnet. Der Werth von U_2 lässt sich nur annäherungsweise bei Bestimmung solcher Grössen gleich Null setzen, auf deren Werth U_2 einen geringen Einfluss ausübt.

6. Es erübrigt noch, eine Gleichung für die Zahl m zu entwickeln, von welcher fast alle übrigen abhängig sind. Durch Gleichstellung der beiden Werthe für M (42) und (44) erhält man

$$(61) \quad \left[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0 \right] U_0 = \left[(1 + \mu) \pi - \frac{v_2 n_1}{\sin. \beta_2} \right] U_2 \text{ oder}$$

$$\left(\sin. \beta_0 - \frac{v_0 n_0}{(1 + \mu) \pi} \right) U_0 = \left(1 - \frac{v_2 n_1}{(1 + \mu) \pi \sin. \beta_2} \right) U_2$$

In dieser Gleichung kann man aber setzen:
vermöge (52)

$$\sin. \beta_0 = \sqrt{1 - \cos. \beta_0^2} = \sqrt{1 - \frac{\xi^2}{4m[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}}$$

vermöge (45) und (46)

$$U_0 = \sqrt{2mgH} \text{ und } U_2 = \sqrt{2mgH}$$

vermöge (60)

$$\frac{1}{\sin. \beta_2} = \sqrt{\frac{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}{m}}$$

und der Kürze halber:

$$\frac{1}{(1 + \mu) \pi} = A;$$

man erhält sodann:

$$\left(\sqrt{1 - \frac{\xi^2}{4m[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}} - A v_0 n_0 \right) \sqrt{m} = \left(1 - A v_2 n_1 \sqrt{\frac{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}{m}} \right) \sqrt{m}$$

$$\sqrt{m - \frac{\xi^2}{4[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}} - A v_0 n_0 \sqrt{m} = \sqrt{m} - A v_2 n_1 \sqrt{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}$$

In dieser Gleichung kommen ausser m nur lauter willkürliche, also bekannte Grössen vor, und man hat daher dieselbe nach m aufzulösen.

Da man es hier mit einer Gleichung höheren Grades zu thun hat, so muss man auf einen geschlossenen Ausdruck für m verzichten, und man wird sich begnügen müssen, den Werth für m für eine gewisse Kombination specieller Werthe der willkürlichen Grössen auf die bei Auflösung numerischer Gleichungen höheren Grades übliche Weise zu ermitteln.

Am einfachsten wird man zum Ziele gelangen, wenn man die obige Gleichung auf 0 reducirt und in dem auf diese Art erhaltenen Ausdrucke:

$$(62) \quad X = \sqrt{m - \frac{\xi^2}{4[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}} - \sqrt{m} + A(n_1 v_2 \sqrt{\xi + m(\alpha^2 - 1)} + m - n_0 v_0 \sqrt{m}) = 0$$

durch probeweise Substitution jene Werthe von m aufsucht, welche die Gleichung auf 0 zurückführen.

Hiemit wären zur Bestimmung der 8 Grössen

$$\beta_0 \beta_1 \beta_2 U_0 U_2 v R \text{ und } m$$

die erforderlichen Formeln (52) (55) (59) (45) (46) (56) (57) und (62) gefunden, in welchen die übrigen zehn Grössen vorkommen, die entweder gegeben sind, oder als bekannt angesehen werden können.

Nun ist man in der Lage, auch für die Anzahl n der Umdrehungen des Laufrades per Min. eine Formel aufzustellen; denn es

ist mit Rücksicht auf den mittlern Halbmesser $\frac{R + \mu R}{2}$:

$$n 2 \left(\frac{R + \mu R}{2} \right) \pi = 60 v$$

$$(63) \quad n = \frac{60 v}{\pi (1 + \mu) R} = \frac{19.1 v}{(1 + \mu) R}$$

wo für v und R die Werthe aus (56) und (57) zu substituiren sind.

Geschieht diess wirklich, so erhält man:

$$n = \frac{19.1 \sqrt{\xi + m(\alpha^2 - 1)} \sqrt{2 g H}}{(1 + \mu) f \sqrt{\frac{M}{H}}}$$

$$(64) \quad n = \frac{19.1 \sqrt{2 g [\xi + m(\alpha^2 - 1)]}}{(1 + \mu) f} \sqrt{\frac{H \sqrt{H}}{M}} = p \sqrt{\frac{H \sqrt{H}}{M}}$$

wenn man der Kürze halber setzt:

$$(65) \quad p = \frac{19.1 \sqrt{2 g [\xi + m(\alpha^2 - 1)]}}{(1 + \mu) f}$$

Man kann dem Ausdruck für n noch eine andere von M unabhängige Form geben; es ist nämlich vermöge (57)

$$(66) \quad M = \frac{R^2 \sqrt{H}}{f^2};$$

führt man diesen Werth von M in (64) ein, so folgt:

$$n = p \sqrt{\frac{f^2 H \sqrt{H}}{R^2 \sqrt{H}}} = \frac{p f \sqrt{H}}{R} \quad (67)$$

und mit Rücksicht auf (65)

$$(67) \quad n = \frac{p f \sqrt{H}}{R} = \frac{19.1 \sqrt{2 g [\xi + m (\alpha^2 - 1)]} \sqrt{H}}{1 + \mu} \frac{\sqrt{H}}{R} = p \frac{\sqrt{H}}{R}.$$

Bei Beurtheilung der Zweckmässigkeit eines Turbinensystems ist die jedesmalige Weite der Radkanäle sehr massgebend, weil von dieser Grösse die praktische Brauchbarkeit einer Turbine wesentlich abhängt. Je weiter nämlich unter übrigens gleichen Umständen die Radkanäle ausfallen, desto weniger sind dieselben dem Verlegen durch Laub, Holzstückchen etc. ausgesetzt, und desto seltener wird man genöthigt sein, die Turbine einzustellen, um dieselbe zu reinigen. Es ist daher noch nothwendig, für die Weite der Radkanäle allgemeine Ausdrücke aufzustellen.

Die Weite der Leitrادkanäle an der Ausflusseite ergibt sich aus der Gleichung (41)

$$a_0 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] \frac{R}{n_0}.$$

Substituirt man in diese Gleichung den Werth R aus (57) so folgt:

$$(68) \quad a_0 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] \frac{f}{n_0} \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = q_0 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$$

Auf gleiche Art hat man für die Eintrittsseite des Laufrades:

$$(69) \quad a_1 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_1 - \nu_1 n_1] \frac{f}{n_1} \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = q_1 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$$

und für dessen Austrittsseite:

$$(70) \quad a_2 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_2 - \nu_2 n_1] \frac{f}{n_1} \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = q_2 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$$

Substituirt man in den aus (69) folgenden Ausdruck

$$q_1 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_1 - \nu_1 n_1] \frac{f}{n_1}$$

statt $\sin. \beta_1$ den dafür aus (49) sich ergebenden Werth

$$\sin. \beta_1 = \frac{n_1}{n_0} \sin. \beta_0$$

dem die Annahme $v_1 = v_0$ zu Grunde liegt, so erhält man auch

$$q_1 = \left[(1 + \mu) \pi \frac{n_1}{n_0} \sin. \beta_0 - v_0 n_1 \right] \frac{f}{n_1}$$

$$q_1 = \left[(1 + \mu) \pi \frac{\sin. \beta_0}{n_0} - v_0 \right] f$$

$$(71) \quad q_1 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - n_0 v_0] \frac{f}{n_0}$$

Es ist daher mit Rücksicht auf (68)

$$(72) \quad q_1 = q_0 \text{ oder } a_0 = a_1$$

d. h. unter der Voraussetzung gleicher Schaufeldicken $\delta_0 = \delta_1$ im Uebertritts-Querschnitte ist die Weite der Leitradkanäle an ihrer Ausmündung gleich der Weite der Laufradkanäle an der Einmündung.

Zu demselben Resultate gelangt man auch, wenn man in der aus (48) abgeleiteten Gleichung

$$a_1 = \frac{n_0 \sin. \beta_1}{n_1 \sin. \beta_0} a_0$$

für $\frac{\sin. \beta_1}{\sin. \beta_0}$ den Werth aus (49) substituirt; man erhält nämlich

$$a_1 = \frac{n_0 n_1}{n_1 n_0} a_0 = a_0.$$

Es genügt also in diesem Falle bloss von der Weite der Kanäle des Laufrades an seiner Ein- und Auslaufseite zu sprechen.

Der Koeffizient (68) und (71)

$$q_0 = q_1 = [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0] \frac{f}{n_0}$$

lässt sich wie folgt umstalten; es ist vermöge (58)

$$[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0] (1 - \mu) \sqrt{2 m g} = \frac{1}{f^2}$$

$$(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_0 n_0 = \frac{1}{f^2 (1 - \mu) \sqrt{2 m g}}$$

daher

$$q_0 = q_1 = \frac{1}{n_0 f (1 - \mu) \sqrt{2 m g}} \text{ und}$$

$$(73) \quad a_0 = a_1 = \frac{1}{n_0 f (1 - \mu) \sqrt{2 m g}} \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = q_1 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$$

In (70) kann man für $\sin. \beta_2$ den Werth aus (60) substituiren; man erhält:

$$(74) \quad a_2 = \left[\frac{(1 + \mu) \pi}{n_1} \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}} - \nu_2 \right] f \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = q_2 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$$

Setzt man in die beiden Formeln (73) und (74) vermöge (57)

$$\sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = \frac{R}{f}$$

so ist auch:

$$(75) \quad \left\{ \begin{aligned} a_0 = a_1 &= \frac{q_1}{f} R = \frac{R}{n_0 f^2 (1 - \mu) \sqrt{2 m g}} = q_1 R \\ a_2 &= \frac{q_2}{f} R = \left[\frac{(1 + \mu) \pi}{n_1} \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}} - \nu_2 \right] R = q_2 R \end{aligned} \right.$$

In den beiden letzten Formeln erscheinen $a_0 = a_1$, und a_2 bloss als Funktionen von R ; doch gilt die obere nur für $\nu_0 = \nu_1$.

§. 7.

Betrachtungen über die Grenzwerte der willkürlichen Grössen.

Zu den innerhalb gewisser praktischen Grenzen willkürlichen Grössen gehören dem Vorausgeschickten zu Folge:

a) Das Verhältniss des innern Halbmessers $\Re$ des Leit- und Laufrades zu dem äusseren Halbmesser R , d. i.

$$\mu = \frac{\Re}{R}$$

b) Die äussersten absoluten Werthe für die Zahlen n_0 und n_1 der Schaufeln des Leit- oder Laufrades.

c) Das Verhältniss zwischen der Dicke δ der Radschaufeln und dem Radhalbmesser R oder

$$\nu = \frac{\delta}{R}$$

d) Das Verhältniss zwischen der Schaufelzahl des Leit- und Laufrades, d. i.

$$\alpha = \frac{n_0}{n_1}$$

e) Der Werth des Koeffizienten m in der Gleichung (38), durch welchen

der aliquote Theil der Gefällshöhe H bezeichnet wird, welchen man als Verlust wegen des Austrittes des Wassers aus dem Laufrade mit der Geschwindigkeit U_2 sich gefallen lassen will.

f) der hydraulische Wirkungsgrad ξ , insoferne derselbe durch unzweckmässige Ausführung bedeutend herabgedrückt werden kann; ausserdem gehören noch zu den willkürlichen Grössen:

g) die Höhe des Lauf- und Leitrades b_0 und b_1 ; dann

k) der Spielraum zwischen Leit- und Laufrad.

Zu a. Durch das Verhältniss des innern Halbmessers R zu dem äussern R oder durch den Koëffizienten μ wird die innere Weite der Radkanäle bestimmt, die sich durch

$$R - R = R - \mu R = (1 - \mu) R$$

ausdrücken lässt. Man wird einerseits R oder μ nicht zu klein wählen, weil sonst das Wasser innerhalb der Radkanäle zu ungleichmässig sich bewegen würde, indem die Peripherie-Geschwindigkeit der einzelnen Punkte der Laufradkanäle von der mittlern Geschwindigkeit v zu sehr abweicht; andererseits wird man R oder μ nicht zu gross annehmen, weil sonst der ringförmige Raum für den Durchfluss des Wassers zu eng ausfiele, und daher der äussere Halbmesser R zu gross gehalten werden müsste.

Man setzt für gewöhnlich:

$$(76) \quad \mu = \frac{2}{3},$$

kann jedoch, insbesondere bei grösseren Gefällen und geringeren Wassermengen mit Vortheil

$$\mu = \frac{5}{6}$$

annehmen, um die sonst zu klein ausfallenden Dimensionen des Turbinenrades zu vergrössern.

Zu b. Für die grösste und geringste absolute Zahl der Schaufeln im Leit- oder Laufrade ist einerseits gleichfalls der Umstand massgebend, dass das Wasser an den einzelnen Stellen eines und desselben Kanalquerschnittes sich nicht zu ungleichmässig bewege; es muss daher, um nicht zu weite Kanäle zu erhalten, die Zahl der Schaufeln möglichst gross sein. Zu viele Schaufeln vermehren dagegen die Reibungswiderstände, zertheilen vielfach den Wasserstrom, erschweren die Ausführung der Räder und nehmen einen zu grossen Theil vom ringförmigen Durchfluss-Querschnitte in Anspruch, verursachen also, wie aus (57) hervorgeht, eine Vergrösserung des äussern Radhalbmessers. Die Zahl der Schaufeln soll für mittlere Verhältnisse erfahrungsgemäss einerseits nicht unter 12—16 liegen, andererseits nicht das Doppelte dieser Zahlen überschreiten, also nicht grösser als 24—32 sein.

Zu c. Besteht wie gewöhnlich das Leit- und Laufrad sammt Schaufeln jedes aus einem einzigen Stücke Gusseisen, so ist die Verhältnisszahl

$v_0 = v_1$ zwischen der Dicke δ der Schaufeln im Uebertrittsquerschnitte und dem Radhalbmesser R keine konstante Grösse, sondern richtet sich nach dem Werthe des Halbmessers R ; es ist beiläufig:

$$\text{für } R = 8 \text{ Zoll } \delta = \frac{1}{4} \text{ Zoll,}$$

$$\text{also } v_0 = \frac{\delta}{R} = \frac{1}{32} \text{ und}$$

$$\text{für } R = 30 \text{ Zoll } \delta = \frac{1}{2} \text{ Zoll,}$$

$$\text{also } v_0 = \frac{\delta}{R} = \frac{1}{60}$$

Im Durchschnitte kann man annehmen:

$$(77) \quad v_0 = v_1 = \frac{\delta}{R} = \frac{1}{40} \text{ oder}$$

$$\delta_0 = \delta_1 = \frac{1}{40} R$$

Nimmt man die horizontalen Schaufeldicken gleich gross an, so ist die normale Schaufeldicke an der Ausflusseite nicht mehr willkürlich, sondern man hat dann aus Fig. 6

$$\frac{\delta_2}{\sin. \beta_2} = \frac{\delta_1}{\sin. \beta_1} \text{ oder}$$

$$\frac{v_2}{\sin. \beta_2} = \frac{v_1}{\sin. \beta_1},$$

woraus folgt

$$(78) \quad v_2 = \frac{\sin. \beta_2}{\sin. \beta_1} v_1$$

Ist daher der Winkel $\beta_2 < \beta_1$ so ist auch v_2 kleiner als v_1 oder δ_2 kleiner als δ_1 und umgekehrt. Nur wenn die beiden Winkel β_1 und β_2 oder eigentlich ihre Sinuse gleich sind, erhalten auch die Schaufeln an den beiden äussersten Enden eine gleiche Dicke.

Zu d. Die Verhältnisszahl $\frac{n_0}{n_1}$ kann nur unter der Bedingung der Grösse α (47) gleich gesetzt werden, wenn die Dicken δ_0 und δ_1 der Schaufeln zunächst dem Uebertrittsquerschnitt einander gleich angenommen werden.

Diese den vorausgehenden Rechnungen bereits zu Grunde gelegte Annahme hat nicht bloss für die Ausführung ihre Bequemlichkeit, sondern sie wurde auch aus dem Grunde gemacht, weil hiedurch die Theorie der Turbine an Einfachheit gewinnt. Mit Rücksicht auf den für n_0 und n_1 in b) festgestellten grössten und kleinsten Werth wird die Verhältnisszahl

$$\frac{n_0}{n_1} = \alpha$$

innerhalb der praktischen Grenzen $= \frac{1}{2}$ und 2 sich bewegen, je nachdem entweder das Leiträd oder das Laufräd die geringste Zahl (12 bis 16) der Schaufeln erhält.

Zu e. Die der Geschwindigkeit U_2 entsprechende Höhe wurde allgemein

$$\frac{U_2^2}{2g} = m H$$

gesetzt. In den meisten Fällen kann

$$(79) \quad m = 0.05$$

angenommen werden, was soviel bedeutet als: dass von dem ganzen rohen Effekt des Kraftwassers 5% auf dessen Abflussgeschwindigkeit geopfert werden wollen.

Zu f. Der hydraulische Wirkungsgrad ζ ist eine Erfahrungsgrösse und seine Grösse hängt lediglich von der genauen Durchführung der Turbine nach einer richtigen Theorie ab.

Auf die Zahl ζ haben die Axen- und Zapfen-Reibungswiderstände keinen Einfluss; durch diese in Verbindung mit ζ wird der mechanische Wirkungsgrad der Turbine, den wir in der Folge mit η bezeichnen wollen, bestimmt, und es ist daher von Wichtigkeit, bei der Construction auch auf die thunlichste Herabsetzung der letztgedachten Widerstände hinzuwirken. Der hydraulische Wirkungsgrad ζ nimmt in dem Grade zu, als die Reibungswiderstände in den Radkanälen, so wie die Wirbelbildungen daselbst, und in den Uebertrittsquerschnitten in Folge zweckmässiger Constructionsverhältnisse herabgesetzt werden.

Zu g. Die Höhe des Lauf- und Leitrades ist nur innerhalb gewisser Grenzen willkürlich; werden die Räder zu niedrig gehalten, so erleidet das Wasser auf seiner Bahn eine zu rasche Ablenkung, was einen Verlust an Effekt zu Folge hat; bei zu grosser Höhe der Räder werden dieselben schwerfällig, weil die Schaufeln in der horizontalen Projektion sich durch einen zu grossen Bogen durchziehen.

Man pflegt die Höhe der beiden Räder dem äussern Halbmesser R anzupassen und setzt dieselbe im Durchschnitt:

$$(80) \quad b_0 = b_1 = \frac{1}{2} R$$

Zu h. Den Spielraum zwischen Leit- und Laufräd macht man so klein als möglich, und setzt denselben gleich der halben Schaufeldicke oder

$$(81) \quad i = \frac{1}{80} R$$

Nach Massgabe der angewandten Akkuratesses fällt derselbe $\frac{3}{4}$ — $1\frac{1}{2}$ Linien aus.

§. 8.

Betrachtungen über die Werthe der abgeleiteten Grössen. Wahl des brauchbarsten Turbinensystems.

Zu den abgeleiteten Grössen gehören, wie schon aus §. 6 bekannt, nachstehende acht:

$\beta_0 \beta_1 \beta_2 U_0 U_2 v R$ und m ;
ausserdem werden noch als solche behandelt:

n dann $a_0 = a_1$ und a_2 ,
weil diese Grössen bei der Wahl des Turbinensystems massgebend sind.

Wie aus den für obige Grössen entwickelten Formeln auf den ersten Blick hervorgeht, so hängen die Werthe aller abgeleiteten Grössen von dem Werthe von m wesentlich ab. Es ist daher vor allem Andern nothwendig, über die Werthe der Zahl m sich eine richtige Vorstellung zu verschaffen.

Aus der Gleichung (62)

$$X = f(m) = 0$$

ist zu ersehen, dass m von folgenden sechs willkürlichen Grössen abhängt:

$$\mu n_0 n_1 v \zeta \text{ und } m.$$

Unter diesen sind für gewöhnliche Verhältnisse nachstehende vier so gut als konstant:

$\mu = \frac{2}{3}, v = v_0 = v_1 = v_2 = \frac{1}{40}, m = 0.05$ und $\zeta = 0.75$;
dagegen sind die Zahlen

n_0 und n_1
innerhalb der dafür festgesetzten Grenzen 12 und 24 beliebig, so dass diese Grössen eine bedeutende Zahl von Kombinationen zulassen; man kann nämlich kombiniren:

$$\left. \begin{array}{l} n_0 = 12 \\ n_0 = 13 \\ n_0 = 14 \\ n_0 = 15 \\ n_0 = 16 \\ n_0 = 17 \\ n_0 = 18 \\ n_0 = 19 \\ n_0 = 20 \\ n_0 = 21 \\ n_0 = 22 \\ n_0 = 23 \\ n_0 = 24 \end{array} \right\} \text{ mit } n_1 = 12 \text{ bis } n_1 = 24;$$

weil nun bei den 13 Werthen von n_0 die Zahl n_1 13mal, nämlich zwischen $n_1 = 12$ und $n_1 = 24$ wechseln kann, so folgt, dass zwischen n_0 und n_1 im Ganzen $13^2 = 169$ Kombinationen zulässig sind.

Man wird jedoch zur Vereinfachung der Betrachtungen sich bloss auf jene Kombinationen beschränken, welche für die Praxis am brauchbarsten erscheinen, und darunter gehören diejenigen, bei denen die Zahlen n_0 und n_1 durch 4 theilbar sind.

Auf diese Weise vermindert sich die Zahl der Kombinationen auf $4^2 = 16$ weil

$$\left. \begin{array}{l} n_0 = 12 \\ n_0 = 16 \\ n_0 = 20 \\ n_0 = 24 \end{array} \right\} \text{ nur mit } \left\{ \begin{array}{l} n_1 = 12 \\ n_1 = 16 \\ n_1 = 20 \\ n_1 = 24 \end{array} \right.$$

paarweise in Kombination zu treten hat.

Aber selbst von diesen 16 Kombinationen wollen wir nur die eminentesten einer Betrachtung unterziehen, nämlich:

$$\begin{array}{ll} n_0 = 12 & \text{mit } n_1 = 24 \\ n_0 = 12 & \text{,, } n_1 = 20 \\ n_0 = 12 & \text{,, } n_1 = 16 \\ n_0 = 12 & \text{,, } n_1 = 12 \\ n_0 = 16 & \text{,, } n_1 = 12 \\ n_0 = 20 & \text{,, } n_1 = 12 \\ n_0 = 24 & \text{,, } n_1 = 12 \end{array}$$

so dass wir demnach im Ganzen bloss mit sieben eminenten Fällen zu thun haben werden.

Unsere Aufgabe wird sich also darauf beschränken, in die Gleichung (62) diese sieben Werthpaare in Verbindung mit den Konstanten

$$\mu = \frac{2}{3} \quad \nu = \frac{1}{40} \quad m = 0.05 \quad \text{und} \quad \xi = 0.75$$

zu substituieren und probeweise diejenigen Werthe von m zu ermitteln, für welche $\mathbf{X} = \mathbf{f}(m) = \mathbf{0}$ wird.

Im Allgemeinen ist bekannt, dass m positiv und ein echter Bruch sei, der zu Folge (34) und (35) zwischen $1 - w_0 - w_1$ und w_3 gelegen ist; um jedoch bei der Wahl der probeweise zu substituierenden Werthe von m noch einen nähern Anhalt zu gewinnen, wollen wir die Grenzen zu ermitteln trachten, zwischen welche der Werth von m fallen muss.

Aus der Gleichung (62) $\mathbf{X} = \mathbf{f}(m) = \mathbf{0}$ folgt für $\nu_0 = \nu_1 = \nu_2 = \nu$

$$\begin{aligned} & \sqrt{m - \frac{\xi^2}{4[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}} + \\ & + A n_1 \nu \sqrt{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m} = \sqrt{m} + A n_0 \nu \sqrt{m} \end{aligned}$$

Da das zweite Glied dieser Gleichung unter allen Verhältnissen reell und grösser als 0 sein muss, so folgt, dass auch jeder der beiden Ausdrücke im ersten Gliede immer einen reellen Werth besitzen müsse; es ist daher

$$(82) \left\{ \begin{array}{l} m - \frac{\xi^2}{4[\xi + m(\alpha^2 - 1)]} > 0 \text{ und} \\ \xi + m(\alpha^2 - 1) + m > 0 \end{array} \right.$$

Dem ersten Ansatz zufolge ist

$$m > \frac{\xi^2}{4\xi + 4m(\alpha^2 - 1)} \text{ daher}$$

für $\alpha = \frac{1}{2}$ $\alpha = 1$ und $\alpha = 2$

$$m > \frac{\xi^2}{4\xi - 3m} \quad m > \frac{\xi}{4} \quad m > \frac{\xi^2}{4\xi + 12m}$$

Aus $m > \frac{\xi^2}{4\xi - 3m}$ folgt aber:

$$\begin{aligned} 4m\xi - 3m^2 &> \xi^2 \\ -4m\xi + 3m^2 &< -\xi^2 \\ m^2 - \frac{4}{3}m\xi &< -\frac{1}{3}\xi^2 \\ m^2 - \frac{4}{3}m\xi + \frac{4}{9}\xi^2 &< \frac{4}{9}\xi^2 - \frac{1}{3}\xi^2 \\ (m - \frac{2}{3}\xi)^2 &< (\frac{1}{3}\xi)^2 \\ m - \frac{2}{3}\xi &< \frac{1}{3}\xi \quad \text{und} \quad m - \frac{2}{3}\xi > -\frac{1}{3}\xi^* \\ m &< \xi \quad \quad \quad \text{,,} \quad m > \frac{1}{3}\xi \end{aligned}$$

Auf gleiche Weise erhält man aus

$$\begin{aligned} m &> \frac{\xi^2}{4\xi + 12m} \\ 4m\xi + 12m^2 &> \xi^2 \\ m^2 + \frac{1}{3}m\xi &> \frac{1}{12}\xi^2 \\ m^2 + \frac{1}{3}m\xi + \frac{1}{36}\xi^2 &> \frac{1}{36}\xi^2 + \frac{1}{12}\xi^2 \\ (m + \frac{1}{6}\xi)^2 &> (\frac{2}{6}\xi)^2 \\ m + \frac{1}{6}\xi &> \frac{2}{6}\xi \quad \text{und} \quad m + \frac{1}{6}\xi < -\frac{2}{6}\xi \\ m &> \frac{1}{6}\xi \quad \quad \quad \text{,,} \quad m < -\frac{1}{2}\xi \end{aligned}$$

*) Ist allgemein $x^2 = a^2$ so hat x zwei Werthe

$$x = a \text{ und } x = -a$$

Hat man daher $x^2 < a^2$

so muss sowohl der positive als auch der negative Werth von x , beide als solche betrachtet, kleiner, also absolut genommen $x < a$ und $x > -a$ sein, weil eine kleinere negative Zahl gegen die grössere einen absolut höhern Werth besitzt.

Aus einem ähnlichen Grunde ist für

$$\begin{aligned} x^2 &> a^2 \\ x &> a \text{ und } x < -a \end{aligned}$$

Aus diesen Resultaten lässt sich Folgendes entnehmen:

1. Für $\alpha = \frac{1}{2}$ ist
 $m < \xi$ oder $m < 0.75$ und
 $m > \frac{1}{3}\xi$ oder $m > 0.25$

diess deutet auf zwei Werthe von m hin, die nahe an den ermittelten Grenzen liegen;

2. für $\alpha = 1$ ist
 $m > \frac{1}{4}\xi$ oder $m > 0.19$

was bloß einen Werth von m vermuthen lässt; endlich

3. für $\alpha = 2$ ist zunächst:
 $m > \frac{1}{6}\xi$ oder $m > 0.13$

das andere Resultat

$$m < -\frac{1}{2}\xi \text{ oder } m < -0.38$$

hat keinen praktischen Nutzen, weil m keinen negativen Werth annehmen kann; auch dieses Resultat deutet darauf hin, dass für $\alpha = 2$ bloss ein Werth von m möglich sein dürfte.

Aus dem zweiten Ansatz (82) ergibt sich:

$$\xi + m > m(1 - \alpha^2)$$

$$m < \frac{\xi + m}{1 - \alpha^2}$$

Unter der Voraussetzung, dass

$$m = 0.05 \text{ und } \xi = 0.75$$

angenommen wird, folgt für

$\alpha = \frac{1}{2}$	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$
$m < 1.07$	$m < \infty$	$m > -0.27$

Diese drei Resultate liefern Grenzwerte, welche theils durch die bereits gefundenen, theils durch die Natur der Sache ohnediess schon näher festgestellt sind.

Nach diesen Anhaltspunkten lassen sich nun durch probeweise Substitution aus (62) die Werthe von m für die drei extremsten Fälle

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad \alpha = 1 \quad \text{und} \quad \alpha = 2$$

ermitteln, und diese liefern sodann wieder weitere Anhaltspunkte zur Berechnung der Werthe von m für die übrigen vier der oben angeführten sieben Kombinationen von n_0 und n_1 .

Mit Hilfe der auf diese Weise erhaltenen Werthe von m findet man aus den dafür aufgestellten Formeln die speziellen Werthe der Grössen:

$$\beta_0 \beta_1 \beta_2 \ k \ f \ p \ p \ q_1 \ q_2 \ q_1 \text{ und } q_2$$

Die auf diese Weise erhaltenen Resultate sind in der nachstehenden Tabelle I geordnet zusammengestellt.

Tabelle 1.

$\mu = \frac{2}{3}$										$\nu = \frac{1}{4}$				$m = 0.05$			
Nr.		α	n_0	n_1	m	β_0	β_1	β_2	k	f	p	p	q_1	q_2	q_1	q_2	
									$v=k\sqrt{2gH}$	$R=f\sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$	$n=p\sqrt{\frac{H\sqrt{H}}{M}}$	$n=\frac{p\sqrt{H}}{R}$	$a_0=a_1=q_1\sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$	$a_2=q_2\sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}}$	$a_0=a_1=q_1R$	$a_2=q_2R$	
1. Actionsturbinen.																	
A ₁	$\frac{1}{2}$	12	24	0.723	14°40'	149°40'	26°10'	0.456	0.661	62.2	41.4	0.057	0.047	0.086	0.071		
B ₁	$\frac{3}{5}$	12	20	0.917	14°10'	156°00'	29°00'	0.404	0.637	57.3	36.5	0.052	0.065	0.082	0.102		
C ₁	$\frac{3}{4}$	12	16	1.488	13°00'	162°30'	35°20'	0.315	0.596	47.2	28.2	0.044	0.098	0.074	0.164		
D ₁	1	12	12	∞													
2. Reactionsturbinen.																	
A ₂	$\frac{1}{2}$	12	24	0.293	18°00'	38°01'	17°00'	0.728	0.733	89.7	65.7	0.080	0.028	0.109	0.038		
B ₂	$\frac{3}{5}$	12	20	0.279	20°20'	35°30'	16°30'	0.756	0.689	99.1	68.3	0.087	0.033	0.127	0.049		
C ₂	$\frac{3}{4}$	12	16	0.256	21°50'	29°40'	15°40'	0.799	0.676	106.7	72.1	0.092	0.043	0.137	0.063		
D ₂	1	12	12	0.227	24°40'	24°40'	14°30'	0.866	0.651	120.1	78.2	0.102	0.054	0.157	0.084		
E ₂	$\frac{4}{3}$	16	12	0.196	26°50'	19°50'	13°10'	0.950	0.662	129.5	85.7	0.081	0.048	0.123	0.074		
F ₂	$\frac{5}{3}$	20	12	0.174	29°10'	17°00'	12°20'	1.029	0.667	139.3	92.9	0.069	0.046	0.103	0.068		
G ₂	2	24	12	0.157	31°00'	15°00'	11°30'	1.105	0.677	147.7	100.0	0.059	0.042	0.087	0.062		
3. Turbine mit gleichen normalen Kanalweiten an der Ein- und Austrittsseite des Laufrades.																	
A ₃	0.545	12	22	0.800	14°30'	152°40'	27°20'	0.433	0.649	60.2	39.1	0.055	0.055	0.084	0.084		
4. Turbine mit reiner Actionswirkung.																	
A ₄	0.632	12	19	0.999	14°00'	157°30'	30°00'	0.386	0.628	55.6	34.9	0.051	0.071	0.080	0.113		

Eine nähere Betrachtung dieser Tabelle führt zu folgenden wichtigen Bemerkungen:

1. Jedem unter 1 liegenden Werthe von α entsprechen zwei Werthe von m welche die Wirkungsweise des Wassers auffallend charakterisiren; bei der Gruppe mit den grössern Werthen von m ist nämlich das Wasser vorwiegend durch Aktion thätig, während bei der Gruppe mit den kleinern Werthen von m seine Wirkung hauptsächlich in der Reaktion besteht. Für $\alpha = 1$ nimmt m nur einen einzigen reellen Werth an, der in die Gruppe der Reaktionsturbinen fällt. —

Für alle über 1 liegenden Werthe von α erhält man für m bloss solche reelle Werthe, die sich den obigen Reaktionswerthen regelmässig anreihen.

2. Die Betrachtung der grösseren Werthe von m zeigt, dass Turbinen mit reiner Aktionswirkung theoretisch möglich sind; denn für $\alpha = \frac{3}{5}$ ist schon $m = 0.917$ und für $n_0 = 12$ und $n_1 = 19$ findet man $m = 0.999$ also fast gleich 1. Bei weiterer Zunahme von α oder Abnahme von n_1 nehmen die Werthe von m stetig zu und erreichen bei $n_0 = n_1 = 12$ oder allgemein bei $\alpha = 1$ ihre Grenze, indem $m = \infty$ wird. Obwohl es nun theoretisch zulässig ist, dass $m > 1$ ist, d. h. dass die Geschwindigkeit U_0 des aus dem Leitrad ausströmenden Wassers einen grössern Werth annimmt, als die der Gefällshöhe entsprechende Ausflussgeschwindigkeit $U = \sqrt{2gH}$, indem diess nur von den Querschnittsverhältnissen des Wasserstrahles abhängt (§. 2 Absatz 4), so erscheinen doch höhere Werthe von m , nämlich solche, welche die Einheit bedeutend übersteigen, desshalb nicht vortheilhaft, weil an der Uebertrittsstelle zwischen Lauf- und Leitrad die Pressung bereits bedeutend kleiner zu werden beginnt, als ausser dem Laufrad (im Abfallrohr); es würde mithin durch den Spalt zwischen Lauf- und Leitrad Wasser aus dem Abfallrohre eindringen, und hiedurch ein Effektverlust hervorgerufen. Man wird daher, wenn die Turbine vorzugsweise mit Aktion arbeiten soll, α höchstens $= \frac{3}{4}$ annehmen, weil dabei m schon den Werth $= 1.488$ enthält.

Für $n_0 > n_1$ oder $\alpha > 1$

nehmen die Reaktionswerthe von m bei wachsenden α ab, bis endlich bei $\alpha = 2$ die Grösse $m = 0.157$ wird; der Werth $m = 0$ kann theoretisch nicht erreicht werden, weil für diesen Werth die erste Wurzelgrösse in dem Ausdrücke (62) imaginär wird; auch könnte bei $U_0 = 0$ kein Wasser durch die Turbine laufen. Reine Reaktionsturbinen sind also unmöglich.

3. Da der Winkel β_0 in allen Fällen von 90° bedeutend abweicht, so sind Rohrturbinen ohne Leitschaufeln, für welche $\beta_0 = 90^\circ$ wäre, theo-

retisch unmöglich. Bei Aktionsturbinen ist β_0 durchweg kleiner als bei Reaktionsturbinen.

Der Winkel β_1 ist bei allen Aktionsturbinen stumpf, es erhält also diese Turbinengruppe durchgehends Sackschaufeln; bei den Reaktionsturbinen dagegen ist β_1 durchgehends spitz.

Der Winkel β_2 endlich nimmt bei allen in der Tabelle enthaltenen Varietäten Werthe an, die bedeutend von 90° verschieden sind; der Winkel β_2 ist bei den Aktionsturbinen grösser als bei den Reaktionsturbinen. Da bei den Reaktionsturbinen mit der Zunahme von α die Werthe der beiden Winkel β_1 und β_2 sich mehr nähern, so folgt, dass an dieser Grenze die Schaufeln fast nach der Schraubenfläche geformt wären.

4. Die Peripheriegeschwindigkeit v nähert sich bei Aktionsturbinen der halben, bei Reaktionsturbinen der ganzen Gefällsgeschwindigkeit $V = \sqrt{2gH}$.

5. Der Halbmesser R zeigt bei den einzelnen Varietäten keine bedeutenden Unterschiede; derselbe ergibt sich bei Aktionsturbinen im Allgemeinen etwas kleiner als bei Reaktionsturbinen.

6. Die Zahl der Umgänge n ist bei Aktionsturbinen bedeutend kleiner als bei den Reaktionsturbinen, und bei ersteren wieder um so kleiner, je mehr sie als Aktionsturbinen arbeiten. Bei den Reaktionsturbinen dagegen nimmt die Umgangszahl in demselben Grade zu, als die Wirkung des Wassers vorwiegend in Reaktion besteht.

7. Die Weiten a_1 und a_2 der Radkanäle an der Eintritt- und Austrittsseite sind bei Aktionsturbinen weniger verschieden als bei Reaktionsturbinen; bei letzteren fällt die Weite a_2 an der Austrittsseite insbesondere für $\alpha = \frac{1}{2}$ sehr klein aus. Die Kanäle werden übrigens gegen die Austrittsseite enger, mit Ausnahme der Varietät B_1 und C_1 der Aktionsturbinen, bei welchen das Gegentheil stattfindet.

8. Eine Vermehrung in den absoluten Schaufelzahlen n_0 und n_1 bei gleichbleibendem Werthe ihres Verhältnisses $= \alpha$, hat nur einen geringen Einfluss auf Vergrößerung des Halbmessers R , und der Radkanäle a_1 und a_2 so wie auf Verminderung der Umgangszahl; die übrigen Grössen werden dadurch nur wenig geändert.

Dem Vorstehenden zu Folge sprechen daher namentlich folgende Umstände zu Gunsten der Aktionsturbinen gegenüber den Reaktionsturbinen:

- a) Geringere Pressung des Wassers beim Uebertritt desselben aus dem Leitrad ins Laufrad, weil deshalb ein genauer Anschluss des Laufrades an die Wände des Radgehäuses nicht so wesentlich ist, indem bei dem geringen hydraulischen Drucke durch den ringförmigen Spielraum nur wenig Wasser unwirksam entweichen kann. Bei den

Reaktionsturbinen dagegen geht in Folge der höheren Pressung, wenn der Anschluss des Laufrades unvollkommen ist, sehr leicht eine bedeutende Quantität des Aufschlagwassers unbenützt verloren.

b) Eine verhältnissmässig geringere Anzahl von Umgängen bei gleicher Wasserkraft, weil hiedurch die Zapfenreibungswiderstände, und daher die Abnützungen geringer ausfallen und auch die Uebersetzung der Bewegung in den meisten Fällen weniger Schwierigkeiten darbietet.

c) Eine nur geringe Differenz in den Kanalweiten an der Ein- und Austrittsseite des Laufrades, was zur Folge hat, dass sich Unreinigkeiten nicht so leicht innerhalb der Radkanäle festsetzen.

Unter den Aktionsturbinen empfiehlt sich wieder für gewöhnliche Fälle die Varietät **B₁** der Tabelle I. vor den übrigen, weil bei dieser **m** nicht fern von der Einheit liegt, und weil überdiess die Kanalweiten an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades sehr wenig differiren.

§. 9.

Ermittlung der Unbekannten unter gewissen Annahmen.

Der §. 6 enthält die allgemeinsten Gleichungen für die 8 unbekannten Grössen:

$$\beta_0 \ \beta_1 \ \beta_2 \ U_0 \ U_1 \ v \ R \text{ und } m$$

und es wurde bloss zur Vereinfachung dieser Gleichungen die zugleich für die Ausübung bequeme Annahme gemacht, dass

$$\delta_0 = \delta_1 \text{ oder } v_0 = v_1 \text{ sei,}$$

d. h. dass die Schaufeln des Leit- und Laufrades zunächst des Uebertrittes gleich dick sind.

Um die erhaltenen Gleichungen noch weiter zu vereinfachen, sollen noch andere zugleich für den Betrieb günstige Annahmen gemacht werden:

a) Gleiche normale Kanalweiten an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades.

Da eine Verengung der Radkanäle zur Verlegung derselben durch Unreinigkeiten leicht Anlass gibt, so erscheint es vortheilhaft, den Kanälen des Laufrades an der Ein- und Auslaufseite eine gleiche normale Weite zu geben.

Es ist aber allgemein:

$$(83) \quad \frac{a_1 + \delta_1}{\sin. \beta_1} = \frac{a_2 + \delta_2}{\sin. \beta_2} = \frac{2 r \pi}{n_1}$$

Da nun vermöge der obigen Annahme $a_1 = a_2$ ist, und da überdiess $\delta_1 = \delta_2$ vorausgesetzt wird, so folgt für diesen Fall:

$$(84) \quad \sin. \beta_1 = \sin. \beta_2 \quad (83)$$

d. h. bei gleichen normalen Kanalweiten sind die Sinuse des Aus- und Eintrittswinkels am Laufrade einander gleich.

Mit Rücksicht auf diese Gleichheit und weil wegen $\delta_1 = \delta_2$ auch $v_1 = v_2$ ist, ergibt sich durch Gleichstellung der beiden Ausdrücke für M (43) und (44) die Gleichung

$$(85) \quad U_0 \sin. \beta_0 = U_2$$

Da aber vermöge Fig. 5 $U_0 \sin. \beta_0$ die vertikale Komponente **a f** bedeutet, so ist durch diese Gleichung ausgedrückt, dass bei gleichen normalen Kanalweiten die vertikale Komponente von U_0 beim Eintritt ins Laufrad der Austrittsgeschwindigkeit U_2 gleich ist.

Aus der obigen Gleichung folgt

$$\sin. \beta_0 = \frac{U_2}{U_0}$$

oder nach Einführung der Werthe (45) und (46)

$$(86) \quad \sin \beta_0 = \sqrt{\frac{m}{m}}$$

Diese einfache Gleichung ersetzt hier die Stelle der Gleichung (52).

Da ferner vermöge (47)

$$\sin. \beta_1 = \frac{1}{\alpha} \sin. \beta_0$$

ist, so folgt überdiess:

$$(87) \quad \sin. \beta_1 = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{m}{m}}$$

und wegen (84) auch

$$(88) \quad \sin. \beta_2 = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{m}{m}}$$

Die Annahme gleicher normaler Kanalweiten führt demnach zu sehr einfachen Ausdrücken für die drei Winkel β_0 , β_1 und β_2 .

Durch Gleichsetzung der Werthe (88) und (60) gelangt man zu der Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{m}{m}} &= \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}} \\ \frac{1}{m \alpha^2} &= \frac{1}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m} \\ \xi + m(\alpha^2 - 1) + m &= m \alpha^2 \\ \xi - m + m &= 0 \end{aligned}$$

$$(89) \quad m = \zeta + m$$

Der Ausdruck für m ist daher in diesem speciellen Falle ein sehr einfacher und ein ganz bestimmter, indem er bloss von ζ und m abhängt. Für mittlere Verhältnisse ergibt sich nämlich

$$m = 0.75 + 0.05 = 0.80$$

Diese Turbinenvarietät gehört daher in die Kategorie der Aktions-turbinen.

Führt man in die allgemeine Gleichung (52) den aus (86) folgenden Werth

$$\cos. \beta_0 = \sqrt{1 - \sin. \beta_0^2} = \sqrt{1 - \frac{m}{m}} = \sqrt{\frac{m - m}{m}}$$

ein, so erhält man die Gleichung

$$\sqrt{\frac{m - m}{m}} = \frac{\zeta}{2\sqrt{m[\zeta + m(\alpha^2 - 1)]}}$$

aus welcher sich der Werth von α durch lauter bekannte Grössen ausdrücken lässt; es ist nämlich:

$$\frac{m - m}{m} = \frac{\zeta^2}{4m[\zeta + m(\alpha^2 - 1)]}$$

$$4(m - m)[\zeta + m(\alpha^2 - 1)] = \zeta^2$$

$$4(m - m)(\zeta - m) + 4m\alpha^2(m - m) = \zeta^2$$

und wenn man für m in dieser Gleichung den Werth (89) einführt.

$$-4\zeta m + 4\alpha^2(\zeta + m)\zeta = \zeta^2$$

$$4\alpha^2(\zeta + m) = \zeta + 4m$$

$$(90) \quad \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\zeta + 4m}{\zeta + m}}$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, dass der Werth von $\alpha = \frac{n_0}{n_1}$ unter der Voraussetzung gleicher normaler Kanalweiten an der Ein- und Austrittsseite des Laufrades bloss von ζ und m abhängig und durch diese Grössen allein vollkommen bestimmt ist, daher nicht mehr willkürlich angenommen werden könne.

So ist z. B. für

$$\zeta = 0.75 \text{ und } m = 0.05$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{95}{80}} = 0.545$$

Substituirt man in die für β_0 , β_1 und β_2 entwickelten Gleichungen (86) (87) (88) die für m und α gefundenen Werthe (89) und (90), so ergibt sich

$$(91) \quad \sin. \beta_0 = \sqrt{\frac{m}{\xi + m}} \text{ und} \\ \sin. \beta_1 = \sin. \beta_2 = 2 \sqrt{\frac{\xi + m}{\xi + 4m}} \sqrt{\frac{m}{\xi + 4m}}, \text{ oder}$$

$$(92) \quad \sin. \beta_1 = \sin. \beta_2 = 2 \sqrt{\frac{m}{\xi + 4m}}$$

Um zu ermitteln, ob der Winkel β_1 , den man bloss aus seinem Sinus kennt, spitz oder stumpf sei, braucht man bloss in den allgemeinen Ausdruck für $\cos. \beta_1$ (55) die für m und α gefundenen Werthe (89) und (90) zu substituieren.

Es ist vermöge (90)

$$\alpha^2 - 1 = \frac{\xi + 4m}{4(\xi + m)} - 1 = \frac{\xi + 4m - 4\xi - 4m}{4(\xi + m)} = \frac{-3\xi}{4(\xi + m)}$$

und wegen (89)

$$(93) \quad m(\alpha^2 - 1) = \frac{-3\xi(\xi + m)}{4(\xi + m)} = -\frac{3\xi}{4}$$

Die Substitution dieser Werthe in (55) ergibt

$$\cos. \beta_1 = \frac{\xi - \frac{3}{2}\xi}{\sqrt{\frac{\xi + 4m}{\xi + m}} \sqrt{(\xi + m)(\xi - \frac{3}{4}\xi)}}$$

$$\cos. \beta_1 = \frac{-\xi}{2\sqrt{\xi + 4m} \sqrt{\frac{\xi}{4}}}$$

$$(94) \quad \cos. \beta_1 = -\sqrt{\frac{\xi}{\xi + 4m}}$$

Der Winkel β_1 ist daher ein stumpfer und die Schaufeln dieser Turbinenvarietät erhalten eine sackförmige Gestalt, weil der Winkel β_2 seiner Natur nach immer ein spitzer ist.

Mit Rücksicht auf (91) hat man:

$$\text{tang. } \beta_0 = \frac{\sin. \beta_0}{\cos. \beta_0} = \frac{\sin. \beta_0}{\sqrt{1 - \sin. \beta_0^2}} = \frac{\sqrt{\frac{m}{\xi + m}}}{\sqrt{1 - \frac{m}{\xi + m}}}$$

$$(95) \quad \text{tang. } \beta_0 = \sqrt{\frac{m}{\xi}}$$

Ferner ist mit Rücksicht auf (94) wegen

$$\text{tang. } \beta_1 = \frac{\sin. \beta_1}{\cos. \beta_1} = \frac{\sqrt{1 - \cos. \beta_1^2}}{\cos. \beta_1}$$

$$\text{tang. } \beta_1 = \frac{\sqrt{1 - \frac{\xi}{\xi + 4m}}}{-\sqrt{\frac{\xi}{\xi + 4m}}}$$

$$(96) \quad \text{tang. } \beta_1 = -2 \sqrt{\frac{m}{\xi}}$$

Aus der Vergleichung von (95) und (96) folgt:

$$(97) \quad \text{tang. } \beta_1 = -2 \text{ tang. } \beta_0$$

d. h. bei gleichen normalen Kanalweiten an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades ist die Tangente des Einlaufwinkels des Laufrades doppelt so gross als die Tangente des Auslaufwinkels des Leitrades.

Die Umdrehungsgeschwindigkeit v ergibt sich aus (56), wenn man darin für m ($\alpha^2 - 1$) den dafür gefundenen Werth (93) substituiert, man erhält:

$$(98) \quad v = \sqrt{\xi - \frac{3}{4}\xi} \sqrt{2gH}$$

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{2g\xi H}$$

nun ist $\sqrt{2g\xi H}$ die der reduzierten Gefällshöhe ξH entsprechende Geschwindigkeit V_1 ; es ist daher v halb so gross als V_1 oder

$$v = \frac{1}{2} V_1$$

In dem Ausdrücke (57) für den Laufradhalbmesser

$$R = f \sqrt{\frac{M}{VH}}$$

nimmt f , wenn man darin den Werth für $\sin. \beta_0$ aus (91) und für m aus (89) einführt, keine einfachere Form an.

Dasselbe gilt auch von der Formel (73) für a_1 ; in jener für a_2 (75) ist wegen (93)

$$(99) \quad \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}} = \sqrt{\frac{m}{\xi - \frac{3}{4}\xi + m}} = 2 \sqrt{\frac{m}{\xi + 4m}}$$

$$a_2 = \left[\frac{2(1 + \mu)\pi}{n_1} \sqrt{\frac{m}{\xi + 4m}} - v_2 \right] R = q_2 R$$

Für die Zahl der Umgänge erhält man wegen (63)

$$n = \frac{19.1 v}{(1 + \mu) R}$$

wenn man darin den Werth von v aus (98) substituirt

$$(100) \quad n = \frac{19 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2g \xi H}}{(1 + \mu) R}$$

$$n = \frac{9 \cdot 55 \sqrt{2g \xi H}}{(1 + \mu) R}$$

Die aus den vorstehenden Formeln berechneten Werthe der unbekannten Grössen oder ihrer Koëffizienten sind in die dritte Abtheilung der Tabelle I. aufgenommen. Man bemerkt, dass die Turbine mit gleichen Kanalweiten an den Ein- und Austrittsseiten zwischen die Varietäten A_1 und B_1 der Aktionsturbinen sich einreihen lässt.

Eine andere, der ersten analoge Annahme wäre:

b) Gleichheit der horizontalen Kanalweiten an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades, womit in unmittelbarer Beziehung steht: Gleichheit der horizontalen Schaufeldicken an den bezeichneten Stellen.

Dieser Annahme zu Folge hat man zunächst

$$(101) \quad \frac{a_1}{\sin. \beta_1} = \frac{a_2}{\sin. \beta_2}$$

und sodann auch

$$(102) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta_1}{\sin. \beta_1} = \frac{\delta_2}{\sin. \beta_2} \text{ oder} \\ \frac{v_1}{\sin. \beta_1} = \frac{v_2}{\sin. \beta_2} \end{array} \right.$$

Durch Einführung des letzten Werthes von

$$\frac{v_2}{\sin. \beta_2}$$

in die Gleichung (44) erhält man

$$M = \left[(1 + \mu) \pi - \frac{v_1 n_1}{\sin. \beta_1} \right] (1 - \mu) R^2 U_2$$

und durch Vergleichung dieses Werthes für M mit jenem in der Gleichung (43) folgt übereinstimmend mit (85)

$$(103) \quad U_2 = U_0 \sin. \beta_0$$

Es ist daher auch bei gleicher horizontaler Kanalweite an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades die vertikale Komponente von U_0 am Eintritt ins Laufrad gleich der Austrittsgeschwindigkeit U_2 .

Aus (103) ergeben sich wie bei der Annahme gleicher normaler Kanalweite die Formeln:

$$(104) \left\{ \begin{array}{l} \sin. \beta_0 = \sqrt{\frac{m}{m}} \text{ oder} \\ \cos. \beta_0 = \sqrt{1 - \sin. \beta_0^2} = \sqrt{1 - \frac{m}{m}} \end{array} \right.$$

$$(105) \quad \sin. \beta_1 = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{m}{m}}$$

Da jedem Sinus zwei Winkel entsprechen, so ist es, um dem wahren Werth von β_1 zu erhalten, erforderlich, diesen Winkel wieder durch seinen Cosinus auszudrücken.

Aus der Gleichung (54) folgt, wenn man darin für $\cos. \beta_0$ seinen Werth aus (104) substituirt

$$\cos. \beta_1 = \frac{\sqrt{1 - \frac{m}{m}}}{2 m \alpha} \left(\frac{\xi}{1 - \frac{m}{m}} - 2 m \right)$$

Die Wurzelgrösse $\sqrt{1 - \frac{m}{m}}$ welche der Ausdruck von $\cos. \beta_0$ ist,

muss hier stets positiv genommen werden; denn wir verstehen unter β_0 den spitzen Winkel, den die Leitschaufel an der Austrittsseite des Leitrades mit der Horizontalebene einschliesst. Durch Reduktion des obigen Ausdruckes ergibt sich

$$(106) \quad \begin{aligned} \cos. \beta_1 &= \sqrt{\frac{m - m}{m}} \left(\frac{\xi - 2 m + 2 m}{2 m \alpha \left(1 - \frac{m}{m} \right)} \right) \\ \cos. \beta_1 &= \sqrt{\frac{m - m}{m}} \frac{\xi - 2 (m - m)}{2 \alpha (m - m)} \\ \cos. \beta_1 &= \frac{\xi - 2 (m - m)}{2 \alpha \sqrt{m (m - m)}} \end{aligned}$$

worin die Wurzelgrösse stets positiv zu nehmen ist. Diese Gleichung vertritt die Stelle der (55) und es geht daraus hervor, dass für

$$\xi > 2 (m - m)$$

der Winkel β_1 spitz, dagegen für

$$\xi < 2 (m - m)$$

dieser Winkel stumpf sei.

Die Gleichungen (56), (57) und (59) erleiden durch die obige Annahme keine Aenderung; eine wesentliche Vereinfachung erfährt dagegen die Gleichung (62) für m .

In der Gleichung (52) hat man den allgemeinen Ausdruck für $\cos. \beta_0$; soll daher zu Folge der aufgestellten Bedingungen vermöge (104)

$$\cos. \beta_0 = \sqrt{1 - \frac{m}{m}}$$

sein, so ist auch

$$(107) \quad 1 - \frac{m}{m} = \frac{\xi^2}{4m[\xi + m(\alpha^2 - 1)]}$$

$$(m - m)[\xi + m(\alpha^2 - 1)] = \frac{\xi^2}{4}$$

In dieser Gleichung kommen ausser m nur lauter willkürliche Grössen vor, und da dieselbe in Bezug auf m eine quadratische ist, so kann hieraus diese Grösse ermittelt werden; es ist

$$m\xi + m^2(\alpha^2 - 1) - m\xi - m m(\alpha^2 - 1) = \frac{\xi^2}{4}$$

$$m^2(\alpha^2 - 1) + m[\xi - m(\alpha^2 - 1)] = \frac{\xi^2}{4} + m\xi$$

$$m = -\left(\frac{\xi - m(\alpha^2 - 1)}{2(\alpha^2 - 1)}\right) \pm \sqrt{\frac{\xi^2 - 2m\xi(\alpha^2 - 1) + m^2(\alpha^2 - 1)^2 + (\alpha^2 - 1)(\xi^2 + 4m\xi)}{4(\alpha^2 - 1)^2}}$$

$$m = \frac{1}{2(\alpha^2 - 1)} [m(\alpha^2 - 1) - \xi \pm \sqrt{\xi^2 - 2m\xi(\alpha^2 - 1) + m^2(\alpha^2 - 1)^2 + \alpha^2\xi^2 - \xi^2 + 4m\xi(\alpha^2 - 1)}]$$

$$(108) \quad m = \frac{1}{2(\alpha^2 - 1)} [m(\alpha^2 - 1) - \xi \pm \sqrt{\alpha^2\xi^2 + 2m\xi(\alpha^2 - 1) + m^2(\alpha^2 - 1)^2}]$$

Die Gleichungen (64) und (73) für n und $a_0 = a_1$ bleiben un geändert.

Aus (101) folgt:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sin. \beta_1}{\sin. \beta_2}$$

Bei gleichen horizontalen Kanalweiten sind daher die normalen Kanalweiten verschieden, weil auch die Sinuse der beiden Winkel β_1 und β_2 vermöge (105) und (60) verschiedene Werthe besitzen.

Wegen

$$\frac{\delta_1}{\sin. \beta_1} = \frac{\delta_2}{\sin. \beta_2} \text{ ist analog}$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\sin. \beta_1}{\sin. \beta_2}$$

Es sind daher in diesem Falle, wie schon oben unter (78) gezeigt wurde, auch die Schaufeln ungleich dick.

Aus (101) folgt:

$$a_2 = a_1 \frac{\sin. \beta_2}{\sin. \beta_1}$$

und wenn man darin für $\sin. \beta_1$ den Werth aus (105) einführt:

$$a_2 = \alpha a_1 \sin. \beta_2 \sqrt{\frac{m}{m}}$$

und wegen (60)

$$a_2 = \alpha a_1 \sqrt{\frac{m}{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}}$$

endlich mit Rücksicht auf (73)

$$(109) \quad \begin{cases} a_2 = \frac{\alpha}{\sqrt{\xi + m(\alpha^2 - 1) + m}} \frac{1}{n_0 f(1 - \mu) \sqrt{2g}} \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} \\ a_2 = q_2 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} \end{cases}$$

Die für gleiche horizontale Kanalweiten an der Ein- und Austrittsseite des Laufrades sich ergebenden Spezialformeln sind für die sieben wichtigsten Kombinationen zwischen n_0 und n_1 in der nebenstehenden Tabelle II. zusammengestellt.

Jedem Werthe von α , der kleiner als 1 ist, entsprechen wieder zwei Werthe von m , wodurch die in der Tabelle II. dargestellten Fälle sich in zwei Gruppen scheiden, je nachdem m näher der Einheit oder näher der Null liegt, je nachdem also die Turbine vorwiegend durch Aktion oder Reaktion arbeitet. Für $\alpha = 1$ wird m unendlich; für $\alpha > 1$ enthält m bloss einen reellen und positiven, und zwar einen Reaktionswerth.

Die Werthe der Konstruktionsgrössen auf Tab. II. sind so wenig von jenen auf Tab. I. enthaltenen verschieden, dass hier dieselben Schlüsse wie dort gezogen werden können, denen zu Folge ebenfalls den Aktionsturbinen der Vorzug vor den Reaktionsturbinen gegeben werden muss.

Nur werden in der Tabelle II. unter übrigens gleichen Umständen die Halbmesser, wenigstens bei den Reaktionsturbinen, etwas kleiner, und die Umgangszahlen etwas grösser als auf Tabelle I.

Die Turbinen der Tabelle I. setzen konstante normale, jene der Tabelle II. konstante horizontale Schaufeldicken an der Ein- und Auslaufseite voraus. Da nun bei gleichen normalen Kanalweiten an der Ein- und Auslaufseite auch die horizontalen Kanalweiten sowie auch die horizontalen Kanaldicken daselbst gleich sind, so passt die in der 3. Abtheilung der Tabelle I. enthaltene Varietät auch in die Tabelle II. und lässt sich dort gleichfalls zwischen die Varietäten A_1 und B_1 der Aktionsturbinen einreihen.

c) Reine Aktionsturbinen. Eine fernere Annahme kann durch den Umstand veranlasst werden, dass man die Turbine ohne Unterwasserrohr arbeiten lässt, wie diess bei hohen Gefällen und bei partieller Beaufschlagung für die Konstruktion mehrfache Bequemlichkeit darbietet. In einem solchen Falle muss es von Vorthail sein, die Grösse

$$(110) \quad m = 1$$

zu setzen, damit beim Uebergang des Wassers aus dem Leitrade ins Laufrad das Wasser vermöge (45) mit der dem Gefälle H entsprechenden Geschwindigkeit austritt, ohne nach der Seite unbenützt auszuweichen; es muss also für diesen Fall eine reine Aktionsturbine angewendet werden.

Substituirt man den Werth von $m = 1$ in die Gleichung (62), so erhält man, wenn sogleich $v_2 = v_1$ gesetzt wird, wegen

$$\frac{n_0 v_0}{n_1 v_2} = \frac{n_0 v_0}{n_1 v_1} = \alpha,$$

$$(111) \quad \sqrt{1 - \frac{\xi^2}{4(\xi + \alpha^2 - 1)}} - \sqrt{m + n_1 v_1 A [\sqrt{\xi + \alpha^2 - 1 + m} - \alpha]} = 0$$

Aus dieser Gleichung lässt sich der Werth von α finden, welche Grösse allein zwischen weitem Grenzen willkürlich ist, während alle übrigen in dieser Gleichung vorkommenden Grössen nahe konstante Werthe besitzen.

Da diese Gleichung in Bezug auf die Unbekannte α eine höhere ist, so wird man dieselbe am einfachsten durch probeweise Substitution auflösen; dabei ist die Arbeit durch den Umstand erleichtert, dass man die Grenzen kennt, zwischen welchen α liegen kann; es muss nämlich:

α mindestens $= \frac{1}{2}$ und kann α höchstens $= 2$ sein; ausserdem sieht man aus der Tabelle I., dass für $m = 1$ der Werth von α nahe an $\frac{12}{19}$ liegen müsse, und in der That ist für

$$\alpha = \frac{n_0}{n_1} = \frac{12}{19} = 0.632$$

$$m = 0.999$$

Führt man diese beiden Werthe von α und m in die allgemeinen Bestimmungsformeln ein, so erhält man Resultate, welche in der 4. Abtheilung der Tabelle I. zusammengestellt sind.

Analog hiezu findet man in der 4. Abtheilung der Tabelle II. die Resultate für jenen Fall zusammengestellt, wo bei gleichen horizontalen Kanalweiten $m = 1$ gesetzt wird.

Wie schon oben bemerkt wurde, so erscheint es auch für gewöhnliche Fälle vorthailhaft, den Werth von m nahe $= 1$ anzunehmen, d. h. die Turbine vorwiegend durch Aktion wirken zu lassen, weil dann der Verlust an Arbeit, insofern derselbe in dem unvollkommenen Anschluss des Laufrades an das Leitrade begründet ist, sehr unbedeutend ausfällt. Anderseits muss man es als vorthailhaft anerkennen, dass die Weite der Rad-

Kanäle nicht zu sehr differire. Da nun für gleiche normale Kanalweiten vermöge (89) $m = 0.80$ bestimmt wurde, so sieht man, dass beide Vortheile sich in ein- und derselben Turbine nicht vereinigen lassen. Man wird daher am besten thun, jene Varietät zu wählen, welche zwischen den beiden Letztgedachten gerade in der Mitte liegt, und diess ist die Varietät B_1 auf Tabelle I., für welche

$$m = 0.917$$

berechnet wurde. Diese Varietät ist es, welche in den folgenden §§. vorzugsweise berücksichtigt werden soll.

§. 10.

Form und Verzeichnung der Kanalaxe und der Schaufelwände. Absoluter Wasserweg.

1) Schaufelung des Leitrades.

Das Wasser tritt in das Leitrade mit einer gewissen durch die Gefällshöhe H und den Einflussquerschnitt bestimmten Geschwindigkeit, welche sich beim Austritt aus dem Leitrade bis auf U_0 erhöht. Um diesen Uebergang möglichst gleichförmig herzustellen, erscheint es zweckmässig, die Weite der Radkanäle gegen die Austrittsseite hin gleichförmig abnehmen zu lassen. Nachdem man also die Mittellinie des Kanales verzeichnet hat, wird man die halben, dem obigen Grundsatz entsprechend bestimmten Kanalweiten beiderseits normal auf die Kanalaxe auftragen, um die einzelnen Punkte zu erhalten, deren Verbindung die Begrenzungslinien eines Leitradekanales darstellt. Es ist daher vorläufig die Form der Kanalaxe festzustellen.

Der Eintritt des Wassers in das Leitrade erfolgt senkrecht auf die Radebene; damit nun das Wasser beim Austritt aus dem Leitrade die Richtung erhält, welche durch den Winkel β_0 gegeben ist, soll der unterste Theil der Kanalwände geradlinig und parallel zur Kanalaxe unter dem Winkel β_0 gegen die Ebene des Leitrades geneigt angenommen werden. Es wird nun am einfachsten sein, den obern Theil ac Fig. 7 der Kanalaxe nach einem Kreisbogen zu krümmen, dessen Mittelpunkt O in der obern Radebene liegt, und an welchen sich das untere gerade Endstück ab der Kanalaxe tangential anschliesst.

Zu einer einfachen Verzeichnungsart der Schaufelwände ist die Vorausberechnung nachstehender zwei Grössen zweckmässig, nämlich:

1. des geraden Endstückes der Kanalaxe und
2. der obern Kanalweite.

1) Die Länge des geraden Endstückes $ab = J_0$ hängt von den Längen mn und fd ab, welche man den geraden Enden der Schaufelbegrenzungslinien geben will. Von diesen beiden Linien muss die äussere fd möglichst kurz sein, um für den Uebergang der Kanalquerschnitte in einander einen möglichst langen Weg zu gewinnen; sie darf aber nicht zu kurz sein, weil sie sonst dem Wasserstrahl keine genügende Leitung gewähren würde. So lange keine näheren Erfahrungen vorliegen, kann

$$fd = \frac{1}{20} R$$

gesetzt werden. Hiedurch ist die Länge des geraden Endstückes $ab = J_0$ bestimmt; zieht man nämlich fe parallel zum Halbmesser Od , so hat man

$$J_0 = ab = eb + fd = eb + \frac{R}{20}$$

Es ist aber

$$eb = \frac{ef}{\text{tang. } \beta_0} = \frac{a_0}{2 \text{ tg. } \beta_0} = \frac{a_1}{2 \text{ tg. } \beta_0} = \frac{q_1 R}{2 \text{ tg. } \beta_0}$$

mithin

$$J_0 = \frac{q_1 R}{2 \text{ tang. } \beta_0} + \frac{R}{20}$$

$$(112) \quad J_0 = \frac{10 q_1 \cot. \beta_0 + 1}{20} R = i_0 R.$$

Da q_1 und β_0 aus den Tabellen I. oder II. entnommen werden können, so lässt sich für jede Turbine der zugehörige Werth von J_0 leicht finden.

2) Die obere Kanalweite $ik = A$ ist gleich der Theilung des Rades, weniger der Schaufeldicke

$$\delta_0 = \frac{R}{40};$$

die Theilung im mittlern Halbmesser ist aber

$$2 \cdot \frac{R + \mu R}{2} \pi \cdot \frac{1}{n_0} = \frac{(1 + \mu) \pi}{n_0} R$$

folglich

$$A = \frac{(1 + \mu) \pi}{n_0} R - \frac{R}{40}$$

$$(113) \quad A = \frac{40 (1 + \mu) \pi - n_0}{40 n_0} R = a R$$

worin $\mu = \frac{2}{3}$ dann R und n_0 wieder aus Tab. I. oder II. bekannt sind.

Die Werthe der beiden Koëffizienten i_0 und a für die gewöhnlichsten Fälle der Aktionsturbinen sind in der weiter unten folgenden Tabelle III. enthalten. Zieht man nun Fig. 7 die Gerade ba unter dem Winkel β_0 gegen die Radebene, trägt darauf $ba = J_0$ aus Tab. III. auf, errichtet in a die Senkrechte aO auf ab , und beschreibt von O als Mittelpunkt den Kreisbogen ac , so stellt bac die Mittellinie des Leitradkanales vor.

Was die Kanalwände selbst betrifft, so werden die untersten Enden derselben dem oben Gesagten zu Folge durch die Geraden mn und df

dargestellt, welche man in dem Abstände $an = ad = \frac{a_0}{2}$ parallel zu ab

zieht; die gekrümmten Theile derselben ni und dk bestimmt man am entsprechendsten derart, dass die Kanalweiten $r_1, q_1, r_2, q_2, \dots$ gleichförmig abnehmen. Macht man also in der Hilfsfigur Fig. 8 die Länge der Geraden ac gleich der Länge des Kreisbogens ac in Fig. 7, trägt Fig. 8

$ci = \frac{A}{2}$ (aus Tab. III.) und $an = \frac{a_0}{2}$ auf und verbindet n mit i , so stellt

$acin$ den unter dieser Voraussetzung sich ergebenden in eine Ebene aufgerollten halben Kanalquerschnitt, in die Begrenzungslinien des Kanales, und die durch $c_1, c_2, \dots$ gezogenen Ordinaten der Linie in die Kanalweiten vor, welche man bloss nach Fig. 7. beiderseits von $c_1, c_2, \dots$ auf die durch diese Punkte gezogenen Radien zu übertragen hat, um die einzelnen Punkte $r_1, r_2, \dots, q_1, q_2, \dots$ der Kanalbegrenzungen zu erhalten.

Damit jedoch die Enden der Kanalwände in i und k Fig. 7 parallel zur Richtung der Axe bei c , und ebenso bei n und d parallel zur Richtung der Kanalaxe bei a ausfallen, ist es vortheilhafter, die aufgerollte Kanalwand in in Fig. 8 nicht als Gerade anzunehmen, sondern aus zwei gleichen Kreisbögen ir_2l und lsn herzustellen, deren Mittelpunkte in den durch c und a auf ac gezogenen Senkrechten liegen. Es erhalten dadurch die Kanalwände in Fig. 8, daher auch in Fig. 7 gleiche Endrichtungen mit der Kanalaxe selbst, und es wird dadurch einer plötzlichen Richtungsänderung des Wassers an der Ein- und Austrittsseite des gekrümmten Leitkanaltheiles vorgebeugt.

Die äussern Begrenzungswände der beiden Schaufeln erhält man durch Uebertragung der beiden Krümmungen auf Parallele zu AA_1 , Fig. 7 in einem der Theilung gleichem Abstände. Die Grösse der Theilung im mittleren Kreise mit dem Halbmesser

$$r = \frac{R + \mu R}{2}$$

ergibt sich aber aus

$$(114) \quad s_0 = \frac{2 r \pi}{n_0} = \frac{(1 + \mu) \pi}{n_0} R = \sigma_0 R$$

Man sieht aus dieser Darstellung, dass die Leitrad-schaufeln keine durchaus gleiche Dicke erhalten können, wenn das Wasser durch die Leitradkanäle sich nahe gleichförmig beschleunigt bewegen soll, sondern dass sie gegen die Mitte allmähig verstärkt oder ausgebaucht gehalten werden müssen.

2) Schaufelung des Laufrades.

Die für die Winkel β_1 und β_2 entwickelten Gleichungen bestimmen bloss die Stellung der Schaufeln an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades; sie geben nämlich an, unter welchen Winkeln die Schaufeln, deren Anzahl n_1 und Dicke δ_1 innerhalb gewisser Grenzen willkürlich ist, an der Ein- und Auslaufseite des Laufrades gegen die Radebene geneigt sein sollen, lassen jedoch die Art der Schaufelkrümmung unbestimmt.

Nun lehrt die Theorie, dass jede plötzliche Geschwindigkeits- und Richtungsänderung des bewegten Wassers Effektsverluste herbeiführt, und aus Erfahrung weiss man, dass solche Verluste selbst bei einer allmähigen Aenderung stattfinden, aber um so geringer ausfallen, je langsamer diese Aenderung erfolgt; es lässt sich daher nicht verkennen, dass die Art der Schaufelkrümmung auf den Wirkungsgrad einer Turbine von Einfluss sein müsse.

Vor Allem ist zu berücksichtigen, dass auch beim Laufrad die Anfangs- und Endstücke eines jeden Kanales gerade und parallele Wände bilden müssen, um den Ein- und Auslauf des Wassers unter den festgestellten Winkeln zu ermöglichen, durch welche die Richtung des Wasserstrahls bedingt wird; es dürfen jedoch diese geraden Endstücke nicht zu lang sein, um den gekrümmten Schaufeltheil nicht zu sehr zu verkürzen. Setzt man aus diesem Grunde ein Minimum der Länge für die kürzeren geraden Endstücke **be** und **pn** Fig. 12 fest, und wählt wie beim Leitrad

$be = pn = \frac{R}{20}$, so erhält auch hier die Kanalaxe gerade Endstücke **ah**

und **mr**, welche mittelst einer Kurve **hwr** zu verbinden sind. Ist die Form dieser Kurve ermittelt, so findet man die beiden Kanalwände, indem man die halben Kanalweiten beiderseits normal auf diese Kurve aufträgt.

Es handelt sich also darum, eine Gleichung für die Krümmung der Kanalaxe, oder für den mittlern relativen Weg der Wassertheilchen aufzustellen.

Es sei nun **AZ** Fig. 9 der gekrümmte Theil der Kanalaxe, und beziehen wir dessen Coordinaten auf **A** als Anfangspunkt; sei ferner **AX** die Abszissen- und **AE**, die Ordinaten-Axe. Während ein Wassertheilchen

die relative Bahn **AZ** durchläuft, wird sich sowohl seine absolute als seine relative Geschwindigkeit ändern, und nur die Peripherie-Geschwindigkeit **v** constant bleiben. Es bezeichne für den beliebigen Punkt **M**:

U die absolute,

u die relative Geschwindigkeit,

h die Pressungshöhe,

x und **y** die Coordinaten des Weges eines Wassertheilchens und

β der Winkel, den die Tangente zur Kurve **AZ** im Punkte **M** also **MO** mit der Radebene **NN**₁ einschliesst.

Lässt man **x** um **dx**, **y** um **dy** wachsen, so ergibt sich

$$(115) \quad \frac{dy}{dx} = \cotg. \beta.$$

Um diese Gleichung integrieren, d. h. **y** als Funktion von **x** darstellen zu können, ist es nothwendig, β als Funktion von **y** oder **x** auszudrücken. Man muss zu diesem Behufe irgend eine Bedingung willkürlich festsetzen, welche die Aenderung des Bewegungszustandes des Wassers im Laufrade bestimmt, dieselbe jedoch so wählen, dass die gemachte Annahme einen möglichst geringen Effektsverlust erwarten lässt. Als hiezu vorzüglich geeignet erscheint die Annahme einer gleichförmigen Verminderung der im Wasser enthaltenen Arbeitsgrösse.

Diese Bedingung lässt sich wieder auf verschiedene Weise auffassen. Man kann festsetzen, dass das Wasser in gleichen Weg- oder auch in gleichen Zeittheilen dieselbe Arbeitsmenge abgebe.

Das einfachste Resultat ergibt sich, wenn man annimmt, dass die Abnahme der im Wasser enthaltenen Arbeitsgrösse proportional den auf die Radebene senkrechten Wegen, oder den Abszissen **x** erfolge.

Da der im Wasser enthaltene Nutzeffekt der effektiven Druckhöhe proportional ist, so lässt sich diese Bedingung auch dahin ausdrücken, dass die Abnahme der effektiven Druckhöhe der Abszisse **x** proportional sein solle.

Seien

H₁ und **H**₂ die effektiven Höhen beim Ein- und Austritt des Wassers in und aus dem gekrümmten Theil der Radkanäle,

H_x die effektive Höhe im Punkte **M** und

b die ganze vertikale Höhe des gekrümmten Kanaltheiles oder der Abstand **AX** der Linien **EE**₁ und **FF**₁.

Da nun **H**₁—**H**₂ die Abnahme an effektiver Höhe bezeichnet, welche das Wasser auf dem Wege durch das Laufrad erleidet, so ist vermöge der aufgestellten Bedingung

$$(116) \left\{ \begin{array}{l} \frac{H_1 - H_x}{H_1 - H_2} = \frac{x}{b} \text{ oder} \\ H_1 - H_x = (H_1 - H_2) \frac{x}{b} \end{array} \right.$$

Es ist aber

$$H_1 = \frac{U_1^2}{2g} + h_1$$

$$H_x = \frac{U^2}{2g} + h$$

$$H_2 = \frac{U_2^2}{2g} + h_2$$

mithin

$$(117) \left\{ \begin{array}{l} H_1 - H_x = \frac{U_1^2 - U^2}{2g} + h_1 - h \\ H_1 - H_2 = \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g} + h_1 - h_2 \end{array} \right.$$

Da die beiden Punkte **A** und **M**, in welchen das Wasser mit der relativen Geschwindigkeit u_1 und u sich bewegt, in dem vertikalen Abstand $= x$ gelegen sind, und da die relative Bewegung wegen der gleichförmigen Umdrehungsgeschwindigkeit v gerade so stattfindet, als wenn das Laufrad ruhen würde, so besteht analog zu (7) auch noch die Gleichung

$$h + h = h_1 + h_1 + x \text{ oder}$$

$$\frac{u^2}{2g} + h = \frac{u_1^2}{2g} + h_1 + x;$$

führt man in diese Gleichung den Verlust an effektiver Höhe in Folge der Bewegungshindernisse ein, dessen Grösse auf dem ganzen Wege durch das Laufrad d. i. für die Höhe b in (26) durch $w_2 H$ ausgedrückt wurde, welche daher für die Höhe x beim gleichmässigen Wachsthum

$$\frac{x}{b} w_2 H$$

gesetzt werden kann, so ist

$$\frac{u^2}{2g} + h = \frac{u_1^2}{2g} + h_1 + x - \frac{x}{b} w_2 H$$

oder

$$(118) \quad h_1 - h = \frac{u^2 - u_1^2}{2g} - x + \frac{x}{b} w_2 H$$

Analog zu dieser Gleichung lässt sich schreiben

$$(119) \quad h_1 - h_2 = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - b + \frac{b}{b} w_2 H$$

weil für $h_1 = h_2$, $x = b$ und $u = u_2$ wird.

Substituirt man (118) und (119) in (117), so folgt:

$$(120) \quad H_1 - H_x = \frac{U_1^2 - u_1^2 - (U^2 - u^2)}{2g} - x + \frac{x}{b} w_2 H$$

$$H_1 - H_2 = \frac{U_1^2 - u_1^2 - (U_2^2 - u_2^2)}{2g} - b + w_2 H \frac{b}{b}$$

oder

$$(121) \quad (H_1 - H_2) \frac{x}{b} = \frac{U_1^2 - u_1^2 - (U_2^2 - u_2^2)}{2g} \frac{x}{b} - x + \frac{x}{b} w_2 H$$

Da nun nach Gleichung (116) die beiden Werthe (120) und (121) gleich sind, so ergibt sich:

$$(122) \quad U_1^2 - u_1^2 - (U^2 - u^2) = [U_1^2 - u_1^2 - (U_2^2 - u_2^2)] \frac{x}{b}$$

Statt der Geschwindigkeiten sollen nun die Konstruktionswinkel β , β_1 und β_2 in den obigen Ausdruck eingeführt werden. Man hat aus dem Dreieck:

M O Q

$$\begin{aligned} U^2 &= u^2 + v^2 - 2uv \cos. \beta \quad \text{oder} \\ U^2 - u^2 &= v^2 - 2uv \cos. \beta \end{aligned}$$

Eben so ist auch

$$U_1^2 - u_1^2 = v^2 - 2u_1 v \cos. \beta_1$$

Hieraus folgt:

$$U_1^2 - u_1^2 - (U^2 - u^2) = 2v(u \cos. \beta - u_1 \cos. \beta_1)$$

Ferner ist noch wegen

$$\begin{aligned} U_2^2 - u_2^2 &= -v^2 \\ U_1^2 - u_1^2 - (U_2^2 - u_2^2) &= 2v(v - u_1 \cos. \beta_1) \end{aligned}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung (122) und kürzt mit $2v$ ab, so erhält man:

$$u \cos. \beta - u_1 \cos. \beta_1 = (v - u_1 \cos. \beta_1) \frac{x}{b}$$

und hieraus

$$(123) \quad \cos. \beta = \frac{u_1}{u} \cos. \beta_1 + \left(\frac{v - u_1 \cos. \beta_1}{u} \right) \frac{x}{b}$$

Diesen Werth in die Gleichung (115) eingesetzt, führt zu einer Differential-Gleichung zwischen x und y , welche aber ausser diesen beiden noch die Veränderliche u enthält, daher noch nicht integrirbar ist. Die eine Bedingung: Abgabe der im Wasser enthaltenen Arbeitsgrösse

proportional zur Abszisse x reicht daher zur Lösung der Aufgabe noch nicht hin; β ist nämlich die Funktion zweier Veränderlichen U und u , von welchen durch die erwähnte Bedingung bloss die eine U eliminirt wurde. Es ist daher die Aufstellung einer zweiten Bedingung erforderlich, welche zur Elimination von u führt. In dieser Beziehung ist es naturgemäss, die Aenderung von u innerhalb seiner Grenzwerte u_1 und u_2 möglichst gleichförmig erfolgen zu lassen.

Am einfachsten wird die Lösung, wenn man $u = u_1 = u_2$ setzt, oder wenn das Laufrad konstante normale Kanalweiten erhält; nimmt man dabei auch die normalen Schaufeldicken δ_1 und δ_2 an der Ein- und Austrittsseite gleich gross, so hat man es mit dem in §. 9 zuerst abgehandelten Falle zu thun, wo ebenfalls die normalen Kanalweiten und Schaufeldicken an der Ein- und Austrittsseite des Laufrades gleich gross sind, und es können die dort abgeleiteten Formeln auf die vorliegende Aufgabe angewendet werden.

Um mit Hilfe der ausgesprochenen zweiten Bedingung aus der Gleichung (115) eine der Veränderlichen zu eliminiren, hat man wegen $u = u_1$ nach (123)

$$\cos. \beta = \cos. \beta_1 + \frac{v - u_1 \cos. \beta_1}{u_1} \frac{x}{b} \text{ oder}$$

$$\cos. \beta = \cos. \beta_1 + \left(\frac{v}{u_1} - \cos. \beta_1 \right) \frac{x}{b}$$

Es ist aber in Fig. 5

$$\frac{v}{u_1} = \frac{\sin. (\beta_0 + \beta_1)}{\sin. \beta_0} = \cos. \beta_1 + \frac{\sin. \beta_1 \cos. \beta_0}{\sin. \beta_0} = \cos. \beta_1 + \frac{\sin. \beta_1}{\tan. \beta_0}$$

und wegen (97)

$$(124) \quad \frac{v}{u_1} = \cos. \beta_1 - \frac{\sin. \beta_1}{\frac{1}{2} \tan. \beta_1} = - \cos. \beta_1 ;$$

folglich

$$(125) \quad \cos. \beta = \cos. \beta_1 - 2 \cos. \beta_1 \frac{x}{b} ;$$

hieraus ergibt sich

$$x = - \frac{b \cos. \beta}{2 \cos. \beta_1} + \frac{b}{2}$$

$$\frac{dx}{d\beta} = - \frac{b}{2 \cos. \beta_1} \frac{d \cos. \beta}{d\beta} = \frac{b}{2 \cos. \beta_1} \sin. \beta$$

Multipliziert man diese Gleichung mit (115), so erhält man

$$\frac{dy}{d\beta} = \frac{b}{2 \cos. \beta_1} \sin. \beta \cot. \beta$$

$$dy = \frac{b}{2 \cos. \beta_1} \cos. \beta d\beta$$

woraus durch Integration folgt:

$$y = \frac{b}{2 \cos. \beta_1} (\sin. \beta + C);$$

nun wird für

$$\beta = \beta_1, y = 0$$

es ist daher

$$C = - \sin. \beta_1$$

$$(126) \quad \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{b}{2 \cos. \beta_1} (\sin. \beta - \sin. \beta_1) \\ \text{oder} \\ y = A (\sin. \beta_1 - \sin. \beta) \end{array} \right.$$

wenn man den Faktor

$$-\frac{b}{2 \cos. \beta_1} = A \text{ setzt.}$$

Diess ist aber die Gleichung eines Kreises; denn sei Fig. 10 **ABC** ein Kreisbogen, dessen Mittelpunkt sich in **O** befindet, **A** der Anfang der Koordinaten, welche nach den Richtungen **AX** und **AY** positiv gezählt werden, und **AO** = ϱ der Halbmesser des Kreises, so hat man für einen beliebigen Punkt **B** in der Peripherie

$$AD = x \text{ und}$$

$$BD = -y$$

Es ist aber

$$BD = JK = JO - KO = \varrho \sin. JBO - \varrho \sin. KAO = \\ = \varrho (\sin. GBH - \sin. FAE) = \varrho (\sin. \beta - \sin. \beta_1)$$

mithin

$$(127) \quad y = -BD = \varrho (\sin. \beta_1 - \sin. \beta)$$

welche Gleichung der Form nach mit der gefundenen (126) übereinstimmt. Die Kurve des mittleren relativen Wasserweges ist also ein Kreis, dessen Mittelpunkt in der Geraden liegt, welche durch den Anfangspunkt **A** der Kurve, und normal zu der unter dem Winkel β_1 gegen die Radebene geneigten Anfangsrichtung **AE** der Kanalaxe liegt, und dessen Halbmesser ϱ , wie der Vergleich von (127) und (126) zeigt, durch die Gleichung

$$(128) \quad \varrho = A = -\frac{\frac{b}{2}}{\cos. \beta_1}$$

bestimmt ist.

Da wegen (84)

$$180 - \beta_1 = \beta_2$$

ist, so folgt überdiess, dass die Linie **ZZ₁** in welcher der Kreismittelpunkt **O** liegt, von **FY** und **NN₁** gleich weit abstehen müsse.

Endlich sind nebst der Kanalaxe auch die beiden Kanalbegrenzungen Kreise, da die normalen Kanalweiten konstant sind.

Zieht man also Fig. 11 die Gerade **az** unter dem Winkel $\beta_1 = 152^\circ 40'$ (vergl. Tab. I., Fall **A₃**) oder dessen Supplement $180^\circ - \beta_1 = 27^\circ 20'$ gegen die Radebene, macht **ah** = **J₁** (der Werth dieser Grösse ist weiter unten (129) entwickelt und in Tab. III. enthalten) und errichtet in **h** auf **az** eine Senkrechte **es**, welche die Halbirungslinie **EE₁** des Laufrades in **s** schneidet, so ist **s** der Mittelpunkt der kreisförmigen Kanalaxe **hwr** und der konzentrischen Kanalwände **ep** und **fq**, welche in einem Abstände **he** = **hf** = $\frac{1}{2} a_1$ von der Kanalaxe entfernt liegen.

Die gekrümmten Theile der Kanalwände werden durch die Geraden **se** und **sp** begrenzt, welche man von **s** durch **h** und den dazu symetrisch gelegenen Punkt **r** zieht. Führt man noch durch **e** und **f** Parallelen zu **ha** und durch **p** und **q** Senkrechten auf **sp**, so ergeben diese die geraden Enden der Kanalwände. Die Wiederholung dieser Konstruktion in einem der Theilung des Laufrades gleichen Abstände liefert die äussern Wände der beiden Schaufeln, von denen man durch die vorstehende Konstruktion die inneren Wände erhalten hat.

Die Grösse des Halbmesser **hs** entspricht ganz der obigen Formel (128); denn es ist

$$hs = \frac{ht}{\cos. ths} = \frac{\frac{1}{2}b}{-\cos. \beta_1} = \frac{-b}{2 \cos. \beta_1} = \varrho$$

Man ersieht aus Fig. 11, dass die Schaufeln gegen die Mitte eine Verstärkung oder Ausbauchung bekommen, welche aber zur Verminderung des Gewichtes hohl ausgeführt wird.

Dem Vorausgelassenen zu Folge ist die Kreisform bloss in jenem Falle die richtige, wo die normale Kanalweite konstant ist; diese Form wird aber annähernd auch bei allen Turbinen entsprechen, wo die normalen Kanalweiten an der Ein- und Austrittsseite des Laufrades nicht zu sehr differiren; und da gerade diese Arten von Turbinen vermöge des vorigen §. eine besondere Beachtung verdienen, (es sind diess die Fälle **A₁** und **B₁** der Aktionsturbinen Tab. I.) so kann man bei allen zur An-

wendung kommenden Aktionsturbinen die Mittellinie der Schaufelkanäle oder die Kanalaxe nach einem Kreisbogen krümmen.

In diesem Falle geht die Aufgabe dahin, die geraden Endstücke **ah** und **mr** Fig. 12, welche hier zwei verschiedene Winkel $180 - \beta_1$ und β_2 mit den Radebenen einschliessen, mit einem Kreisbogen **hwr** zu verbinden. Auf die kürzeste Art lässt sich diess dadurch bewerkstelligen, dass man die Grösse des Endstückes **ah** und des Krümmungshalbmessers **hs** vorher durch Rechnung ermittelt.

Die Länge **ah** = J_1 findet man genau wie beim Leitrade die analoge Länge J_0 (112); es ergibt sich, da q_1 in beiden Fällen gleich ist, wenn man $-\cot. \beta_1$ statt $\cot. \beta_0$ einsetzt (weil $\beta_1 > 90^\circ$ ist):

$$(129) \quad J_1 = \frac{1 - 10 q_1 \cot. \beta_1}{20} R = i_1 R$$

Führt man dagegen in (112) q_2 statt q_1 und β_2 statt β_0 ein, so erhält man das an der Austrittsseite gelegene gerade Endstück $J_2 = \mathbf{mr}$ der Kanalaxe

$$(130) \quad J_2 = \frac{1 + 10 q_2 \cot. \beta_2}{20} R = i_2 R$$

Die beiden Ausdrücke (129) und (130) enthalten bloss solche Grössen, deren Werthe aus den Tabellen I. oder II. entnommen werden können.

Den Krümmungs-Halbmesser **sh** = **sr** = ϱ kann man allgemein auf folgende Art bestimmen: Es ist in den beiden rechtwinkligen Dreiecken **hus** und **rsv**

$$su = -\varrho \cos. \beta_1$$

$$sv = \varrho \cos. \beta_2$$

$$uv = su + sv = \varrho (\cos. \beta_2 - \cos. \beta_1)$$

$$\varrho = \frac{uv}{\cos. \beta_2 - \cos. \beta_1}$$

Man hat aber auch

$$uv = b - ht - rk = \frac{R}{2} - ah \sin. \beta_1 - mr \sin. \beta_2$$

$$uv = R \left(\frac{1}{2} - i_1 \sin. \beta_1 - i_2 \sin. \beta_2 \right), \text{ daher:}$$

$$(131) \quad \varrho = \frac{\frac{1}{2} - i_1 \sin. \beta_1 - i_2 \sin. \beta_2}{\cos. \beta_2 - \cos. \beta_1} R = \varphi R$$

Sind also i_1 und i_2 aus (129) und (130) berechnet, so findet man mittelst der Gleichung (131) den Werth von φ .

Die nachstehende Tabelle enthält die Werthe der Koëffizienten von A_1 , J_0 , J_1 , J_2 und φ für die drei wichtigsten Varietäten jener Aktionsturbinen auf Tabelle I., bei welchen a_1 und a_2 nahe gleich sind.

Tabelle III.

Nro.	n_0	n_1	a	i_0	i_1	i_2	φ	σ_1	σ_0
			$A=aR$	$J_0=i_0R$	$J_1=i_1R$	$J_2=i_2R$	$\varphi=\varphi R$	$s_1=\sigma_1R$	$s_0=\sigma_0R$
A_1	12	24	0.411	0.214	0.123	0.122	0.218	0.218	0.426
A_3	12	22	0.411	0.212	0.131	0.131	0.214	0.240	0.460
B_1	12	20	0.411	0.212	0.142	0.142	0.210	0.262	0.437

Mit Hilfe der berechneten Werthe von J_1 und φ verzeichnet man die Kanalaxe wie folgt:

Man zieht Fig. 12. az unter dem Winkel $=\beta_1$ oder $180 - \beta_1$ zu CC_1 und schneidet davon $ah=J_1$ ab, errichtet sodann auf ah in h eine Senkrechte und schneidet darauf $hs=\varphi$ ab, so ist s der Mittelpunkt des Krümmungskreises hwr . Der Endpunkt r des letztern ergibt sich, wenn man durch s eine auf CC_1 Senkrechte sv errichtet und in s den Winkel $vsp=\beta_2$ aufträgt. Die in r auf sr gefällte Senkrechte rm bildet dann mit DD_1 einen Winkel $=\beta_2$ und liefert das gerade Endstück J_2 der Kanalaxe auf der Ausflusseite, dessen Grösse mit jener übereinstimmen muss, die man aus der Tabelle III. durch Rechnung mittelst i_2 erhält.

Zieht man hierauf durch e und f Parallelen zu ah , und durch p und q Parallelen zu mr , so ergeben diese die geraden Endstücke der Kanalwände. Zur Verzeichnung ihres gekrümmten Theiles dient dasselbe Verfahren, welches für das Leitrad bereits angegeben wurde. In einer Hilfszeichnung Fig. 12a wird $h_1 r_1$ gleich der Länge des Kreisbogens hwr in Fig. 12,

$$h_1 f_1 = h_1 e_1 = \frac{a_1}{2}$$

$$q_1 r_1 = r_1 p_1 = \frac{a_2}{2} \text{ abgeschnitten,}$$

und es stellen dann die auf $h_1 r_1$ punktirt gezogenen Senkrechten die einzelnen Punkten der Mittellinie entsprechenden Kanalweiten vor. Die aufgewickelte Kanalwand $f_1 q_1$ oder $e_1 p_1$ kann hier bei dem geringen Unterschiede der Kanalweiten a_1 und a_2 als Gerade angenommen werden.

Behufs der Verzeichnung der zweiten Schaufelbegrenzungen hat man, wie beim Leitrad, die gefundenen Punkte in einem der Theilung gleichen Abstände zu übertragen. Die Theilung s_1 des Laufrades für den mittleren Halbmesser:

$$r = \frac{R + \mu R}{2}$$

ergibt sich aber aus der Formel

$$(132) \quad s_1 = \frac{2 r \pi}{n_1} = \frac{(1 + \mu) \pi}{n_1} R = \sigma_1 R_1 ;$$

die Tabelle III. enthält auch den Werth von σ_1 für die drei Turbinen.

Die Schaufeln sind, um an Gewicht zu sparen, ebenso wie bei dem in Fig. 11 dargestellten Falle hohl zu giessen.

Es wurde bei Ermittlung der Kurve für die Kanalaxe angenommen, dass die Abnahme des Nutzeffektes gleichförmig mit der Zunahme der Abszisse x erfolgen solle. Nun möge untersucht werden, in welchem Verhältnisse diese Abnahme in Bezug auf die Zeit erfolge und in wie ferne auch in dieser Beziehung eine Gleichförmigkeit stattfinde.

Es sei

e die nach der Zeit t abgegebene Wirkungsgrösse, und
 E die ganze auf das Laufrad abgegebene Wirkungsgrösse, so hat man vermöge der Eingangs aufgestellten Bedingung

$$(133) \quad \frac{e}{E} = \frac{x}{b}$$

Unter der Voraussetzung der konstanten Kanalweite ist vermöge (125)

$$(134) \quad \frac{x}{b} = \frac{1}{2} - \frac{\cos. \beta}{2 \cos. \beta_1}$$

daher auch

$$(135) \quad \frac{e}{E} = \frac{1}{2} - \frac{\cos. \beta}{2 \cos. \beta_1}$$

In dieser Gleichung hat man nun $\cos. \beta$ durch t auszudrücken, um den gewünschten Aufschluss zu erhalten.

Aus der Gleichung (134) folgt:

$$\frac{d x}{d \beta} = \frac{b}{2 \cos. \beta_1} \sin. \beta$$

und aus der Fig. 9 ergibt sich

$$\frac{d x}{u d t} = \sin. \beta$$

oder weil u konstant $= u_1$ ist

$$\frac{d x}{d t} = u_1 \sin. \beta$$

Wird nun letztere Gleichung durch die obige für $\frac{d x}{d \beta}$ dividirt, so erhält man

$$\frac{d \beta}{d t} = \frac{2 u_1 \cos. \beta_1}{b}$$

$$\beta = \frac{2 u_1 \cos. \beta_1}{b} t + C$$

für $t=0$ wird $\beta = \beta_1$, also ist $C = \beta_1$ und man hat

$$(136) \quad \beta - \beta_1 = \frac{2 u_1 \cos. \beta_1}{b} t = B t,$$

wobei B den konstanten Faktor von t bedeutet.

Um statt t gleich das Verhältniss $\frac{t}{T}$ einzuführen, berücksichtige man, dass

$$\text{für } t = T, \quad \beta = \beta_2$$

wird, mithin ist vermöge (136)

$$\beta_2 - \beta_1 = B T.$$

Die vorige Gleichung durch diese dividirt ergibt:

$$\frac{\beta - \beta_1}{\beta_2 - \beta_1} = \frac{t}{T}$$

Hieraus folgt:

$$\beta = \beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \frac{t}{T}$$

und so fort

$$\cos. \beta = \cos. \left[\beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \frac{t}{T} \right]$$

diesen Werth in (135) substituirt gibt:

$$\frac{e}{E} = \frac{1}{2} - \frac{\cos. \left[\beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \frac{t}{T} \right]}{2 \cos. \beta_1}$$

In der folgenden Tabelle sind die Werthe enthalten, welche $\frac{e}{E}$ annimmt,

wenn man $\frac{t}{T}$ der Reihe nach $= 0.1, 0.2 \dots$ setzt. Die 3. Colonne

enthält die mit 100 multiplizirten Differenzen der 2. Colonne, d. h. die Anzahl Prozente des gesammten Wirkungsgrades, welche beziehungsweise in dem ersten, zweiten . . . Zehntel der ganzen Durchgangszeit abgegeben werden. Die Ungleichförmigkeit in der Abnahme der Arbeitsgrösse im Vergleiche mit der Zeit ist daher, wie die Betrachtung der Tabelle zeigt, keine bedeutende:

$\frac{t}{T}$	$\frac{e}{E}$	Diff.
0.1	0.067	6.7
0.2	0.156	8.9
0.3	0.261	10.5
0.4	0.378	11.7
0.5	0.500	12.2
0.6	0.621	12.2
0.7	0.740	11.7
0.8	0.844	10.5
0.9	0.932	8.9
1	1	6.7

Endlich ist es noch von Interesse, die Form des absoluten Weges zu bestimmen, welchen das Wasser beim Durchgang durch das Laufrad beschreibt.

Sei allgemein

$$y = f(x)$$

die Gleichung des gekrümmten Theiles der Kanalaxe, innerhalb der Höhe b Fig. 16

die Lage des relativen Weges eines Wassertheilchens bei dessen Eintritt in den gekrümmten Theil eines Laufkanales,

$$A_1 B_1 \text{ und } A_2 B_2$$

die Lagen dieses Weges nach den Zeiten t und T .

Da T die ganze Durchgangszeit bedeutet, so befindet sich das zur Zeit 0 bei A in die Kanalkrümmung eintretende Wassertheilchen, nach Verlauf der Zeit T in B_2 und beschreibt dabei den Weg $A B_2$; zur Zeit t befindet sich dasselbe in dem Durchschnitte M von $A B_2$ und $A_1 B_1$. Während des Zeitzuwachses dt beschreibe das Theilchen den relativen Weg $Mn = v dt$, so gelang zugleich der Punkt n mit der konstanten Geschwindigkeit v nach m ; es ist daher

$$mn = v dt$$

und der absolute Weg

$$Mm = U dt.$$

Zählt man die Ordinaten η des absoluten Wasserweges von A gegen Y positiv, die Ordinaten y des relativen Wasserweges von A_1 gegen Y ebenfalls positiv, so ist offenbar:

$$mn = v dt = -d\eta + dy$$

$$d\eta = dy - v dt$$

$$\eta = y - vt + \text{Const.}$$

$$\text{für } t = 0 \text{ wird } y = 0 \text{ und } \eta = 0$$

daher folgt:

$$(137) \quad \eta = y - v t$$

als die Gleichung des absoluten Wasserweges.

Für gleiche Zeiten t sind also die Ordinaten des absoluten Wasserweges um $- v t$ grösser als jene des relativen Wasserweges; und da beiden Wegen nach der Zeit t gleiche Abszissen x zukommen, so kann man auch sagen: für gleiche Abszissen sind die Ordinaten des absoluten Wasserweges um $- v t$ grösser als jene des relativen. Ist also die mittlere Kanalaxe oder der relative Wasserweg verzeichnet, so hat man bloss auf den durch einzelne Punkte der Kanalaxe gezogenen Horizontalen die diesen Punkten entsprechenden Werthe von $v t$ von der Kanalaxe aus nach links aufzutragen. Um diese Werthe berechnen zu können, muss $v t$ als Funktion von y oder x dargestellt werden; mit Rücksicht auf leichtere Konstruktion ist es in dieser Beziehung vorzuziehen, $v t$ durch x auszu-drücken. Zu diesem Behufe folgt, da die normalen Kanalweiten konstant sind, aus (136)

$$t = \frac{b}{2 u_1 \cos. \beta_1} (\beta - \beta_1)$$

Multipliziert man beiderseits mit v , und substituirt den Werth von $\frac{v}{u_1}$ aus (124) so erhält man

$$v t = \frac{b}{2} (\beta_1 - \beta).$$

Die Einführung dieses Werthes in (137) ergibt

$$\eta = y - \frac{b}{2} (\beta_1 - \beta)$$

oder

$$(138) \quad \frac{\eta}{b} = \frac{y}{b} - \frac{1}{2} (\beta_1 - \beta)$$

Ferner folgt aus (125)

$$\beta = \text{arc. cos.} \left(\cos. \beta_1 - 2 \cos. \beta_1 \frac{x}{b} \right)$$

und diesen Werth in (138) substituirt gibt:

$$\frac{\eta}{b} = \frac{y}{b} - \frac{1}{2} \left\{ \beta_1 - \text{arc. cos.} \left[\cos. \beta_1 \left(1 - 2 \frac{x}{b} \right) \right] \right\}$$

oder wenn man das zweite Glied des Ausdruckes rechts vom Gleichheitszeichen mit Y bezeichnet

$$\frac{\eta}{b} = \frac{y}{b} - Y$$

Man findet demnach die Form des absoluten Wasserweges auf nachstehende Weise:

Nach Verzeichnung der Kanalaxe theilt man die Höhe $h = AB$ (Fig. 16) in eine beliebige Zahl, etwa 10 gleiche Theile, zieht durch die Theilungspunkte $a_1, a_2, \dots$ Horizontale, trägt von den Durchschnitten derselben mit der Kanalaxe d. i. von $b_1, b_2, \dots$ die zugehörigen Werthe von Y nach links auf und verbindet die erhaltenen Punkte $c_1, c_2, \dots$ durch eine stetige krumme Linie. Die Werthe von Y erhält man, da in dem betrachteten Falle (Tab. I. Fall A_3).

$$\angle \beta_1 = 152^\circ 40'$$

$$\text{arc. } \beta_1 = \frac{152.67}{360} 2.3.142 = 2.664 \text{ und}$$

$$\cos. \beta_1 = -0.888 \text{ ist}$$

aus der Gleichung

$$Y = \frac{1}{2} \left\{ 2.664 - \text{arc. cos.} \left[-0.888 \left(1 - 2 \frac{x}{b} \right) \right] \right\}$$

oder

$$Y = 1.332 - \frac{1}{2} \text{arc. cos.} \left[0.888 \left(2 \frac{x}{b} - 1 \right) \right]$$

Nachstehende Tabelle enthält die den einzelnen Werthen von $\frac{x}{b}$ entsprechenden Werthe von Y .

$\frac{x}{b}$	Y
0.1	— 0.150
0.2	— 0.267
0.3	— 0.364
0.4	— 0.455
0.5	— 0.547
0.6	— 0.638
0.7	— 0.729
0.8	— 0.829
0.9	— 0.943
1	— 1.095

Fig. 16 stellt den nach dieser Tabelle verzeichneten absoluten Wasserweg AB_2 innerhalb des gekrümmten Schaufeltheiles dar; oben endet derselbe in ein geradliniges Stück AE_1 welches unter dem Winkel β_0 gegen

die Radebene geneigt ist; ebenso ist der unterste Theil **B, F** des absoluten Wasserweges gerade und zugleich auf die Radebene senkrecht gerichtet.

Der in Fig. 16 verzeichnete Wasserweg wird bei allen Turbinen, welche nicht bedeutend verschiedene Kanalweiten an der Ein- und Austrittsseite haben, nahe dieselbe Form erhalten, wenn ihre Kanalaxen nach Kreisbogen gekrümmt sind.

§. 11.

Fortsetzung. Schaufelung des Laufrades und absoluter Wasserweg bei gleichen horizontalen Kanalweiten.

Eine andere Lösung der Aufgabe ergibt sich, wenn man die erste Bedingung, nämlich Abnahme des Nutzeffektes proportional mit der Abszisse x beibehält, aber als zweite Bedingung festsetzt, dass statt der normalen die horizontalen Kanalweiten durch die ganze Höhe des Laufrades konstant bleiben sollen.

Bezeichnet a die normale Kanalweite, β den Neigungswinkel der mittleren Kanalaxe gegen die Radebene an einem beliebigen Orte im mittleren Schnitte des Laufrades, so folgt aus der zweiten Bedingung:

$$\frac{a}{\sin \beta} = \frac{a_1}{\sin \beta_1}$$

$$(139) \quad \frac{a}{a_1} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta_1}$$

Da sich die relativen Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Kanalweiten verhalten, so hat man auch

$$\frac{u_1}{u} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta_1}$$

$$(140) \quad u \sin \beta = u_1 \sin \beta_1.$$

Die erste Bedingung führt auf die Gleichung (123)

$$u \cos \beta = u_1 \cos \beta_1 + (v - u_1 \cos \beta_1) \frac{x}{b}$$

Dividirt man diese Gleichung mit der aus der zweiten Annahme folgenden (140) so erhält man

$$\cot \beta = \cot \beta_1 + \frac{v - u_1 \cos \beta_1}{u_1 \sin \beta_1} \cdot \frac{x}{b}$$

Es ist aber aus Fig. 5

$$v - u_1 \cos. \beta_1 = b d - f d = b f = U_0 \cos. \beta_0$$

und wegen

$$\frac{u_1}{U_0} = \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1}$$

$$u_1 \sin. \beta_1 = U_0 \sin. \beta_0;$$

daher

$$\frac{v - u_1 \cos. \beta_1}{u_1 \sin. \beta_1} = \frac{U_0 \cos. \beta_0}{U_0 \sin. \beta_0} = \text{ctg. } \beta_0$$

$$\cot. \beta = \cot. \beta_1 + \cot. \beta_0 \frac{x}{b}$$

Wird dieser Werth in die ursprüngliche Gleichung (115) eingeführt, so erhält man:

$$\frac{dy}{dx} = \cot. \beta_1 + \cot. \beta_0 \frac{x}{b}$$

$$(141) \left\{ \begin{array}{l} y = x \cot. \beta_1 + x^2 \frac{\cot. \beta_0}{2b} \text{ oder} \\ \frac{y}{b} = \frac{x}{b} \cot. \beta_1 + \left(\frac{x}{b} \right)^2 \frac{\cot. \beta_0}{2} \end{array} \right.$$

als Gleichung der Mittellinie eines Schaufelkanals. Die Konstante der Integration ist Null, weil für $x=0$ auch $y=0$ wird. Nachdem also für eine bestimmte Turbine die Winkel $\beta_1 \beta_0$ und die Grösse b festgestellt wurden, berechnet man für beliebige Abszissen $\frac{x}{b}$ als aliquoten

Theilen von b die entsprechenden Ordinaten $\frac{y}{b}$ und verzeichnet sodann mit deren Hilfe die Krümmungslinie der Kanalaxe.

Da jedoch der gemachten Voraussetzung zu Folge nämlich bei konstanten horizontalen Kanalweiten die Begrenzungslinien der Schaufeln in gleichen horizontalen Abständen an der Kanalaxe gelegen sind, so liefert diese Gleichung zugleich die Krümmungslinie der Schaufeln.

Um über die Natur dieser Kurve nähern Aufschluss zu gewinnen, wollen wir vorerst untersuchen, für welchen Werth von x die Ordinate y ein Maximum oder Minimum wird, weil ein solcher Punkt einen Wendepunkt der Kurve bildet. Aus

$$\frac{dy}{dx} = \cot. \beta_1 + x \frac{\cot. \beta_0}{b} = 0$$

ergibt sich der gesuchte spezielle Werth von x , den wir mit x^1 bezeichnen wollen.

$$(142) \quad x^1 = -b \frac{\cotg. \beta_1}{\cotg. \beta_0}$$

und die zugehörige Ordinate y aus (141)

$$(143) \quad y^1 = -b \frac{\cotg. \beta_1^2}{\cotg. \beta_0} + \frac{b}{2} \frac{\cotg. \beta_1^2}{\cotg. \beta_0}$$

Aus diesen beiden Gleichungen für x^1 und y^1 findet man durch Division

$$\cotg. \beta_1 = \frac{2 y^1}{x^1}$$

und wenn man diesen Werth in die erstere (142) substituirt

$$x^1 = -\frac{b}{\cotg. \beta_0} \cdot \frac{2 y^1}{x^1}$$

$$\cotg. \beta_0 = -2b \frac{y^1}{x_1^2}$$

Es übergeht daher die allgemeine Gleichung (141) in

$$(144) \quad y = \frac{2 y^1}{x^1} x - \frac{y^1}{x_1^2} x^2$$

Verlegt man den Anfangspunkt der Coordinaten vom Punkt **A** parallel nach dem Wendepunkte $x^1 y^1$ und bezeichnet die neuen Coordinaten mit ξ und η , so ist in Bezug auf das ursprüngliche Coordinaten-System

$$\begin{aligned} y &= y^1 + \eta \text{ und} \\ x &= x^1 + \xi \end{aligned}$$

Daher vermöge (144)

$$y^1 + \eta = \frac{2 y^1}{x^1} (x^1 + \xi) - \frac{y^1}{x_1^2} (x^1 + \xi)^2$$

$$y^1 + \eta = 2 y^1 + \frac{2 y^1}{x^1} \xi - y^1 - \frac{2 y^1 \xi}{x^1} - \frac{y^1 \xi^2}{x_1^2}$$

$$\eta = -\frac{y^1}{x_1^2} \xi^2$$

$$\xi = -\frac{x_1^2}{y^1} \eta$$

und wenn man die Abszissen- mit der Ordinatenaxe verwechselt

$$(145) \quad \eta^2 = \frac{x_1^2}{y^1} \xi$$

Die Schaufelkurve ist daher eine Parabel, deren Abszissenaxe mit der Radebene parallel läuft und deren Scheitelpunkt durch die auf den Punkt **A** bezogenen Coordinaten x^1 und y^1 laut (142) und (143) bestimmt ist.

Der Parameter dieser Parabel ergibt sich

$$p = \frac{x^1{}^2}{y^1} = \frac{b^2 \cotg. \beta_1{}^2}{\cotg. \beta_0{}^2} \cdot \frac{2 \cotg. \beta_0}{b \cotg. \beta_1{}^2}$$

$$(146) \quad p = \frac{2b}{\cotg. \beta_0} = 2b \tan g. \beta_0$$

Die Verzeichnung der berechneten Schaufelform erfolgt in nachstehender Weise:

Man zieht zwei Parallelen **AA₁** **BB₁** Fig. 17 in dem Abstände $ab = b$, und durch beliebige Punkte **c** und **e** derselben die Geraden **cd** und **ef** unter den Winkeln β_1 und β_2 , welche einer Varietät der Tab. II., hier der Varietät **B₁** entsprechen. Sodann trägt man $cg = J_1$ und $eh = J_2$ auf, welche Grössen nach (129) und (130) berechnet wurden, und auch hier die geraden Endstücke der Kanalaxe vorstellen, durch welche der Aus- und Eintritt des Wassers unter den richtigen Winkeln sichergestellt werden soll. Zieht man durch **g** eine Vertikale, durch **h** eine Horizontale, welche sich in **i** schneiden, so repräsentirt $gi = b$ die vertikale Höhe, innerhalb welcher die Kanalaxe gekrümmt sein soll, **g** den Anfang der Coordinaten und **gi** die Abszissenaxe für das gekrümmte Stück der Kanalaxe. Man theile nun die Länge $gi = b$, als Masseinheit zehnthellig ein, und ziehe in den Abständen $gm_1 = 0.1$ $gm_2 = 0.2 \dots$ Horizontalen, berechne sodann die Werthe von y , welche für $b = 1$ aus Gleichung (141)

$$y = x \cotg. \beta_1 + x^2 \frac{\cotg. \beta_0}{2}$$

sich ergeben, indem man darin der Reihe nach $x = 0.1, 0.2 \dots$ setzt, und trage die erhaltenen Werthe auf den durch **m₁** **m₂** $\dots$ gezogenen Horizontalen nach **n₁** **n₂** auf; die Verbindung der Punkte **n₁** **n₂** $\dots$ gibt den gekrümmten Theil, und die durch den letzten **n** derselben zu **ef** gezogene Parallele **no** das untere gerade Endstück der Kanalaxe. Trägt man nun auf den Horizontalen beiderseits von den Punkten **c**, **g**, **n**, **n₂** $\dots$ die

halbe horizontale Kanalweite, oder den Werth $\frac{a_1}{2 \sin. \beta_1}$ nach **p** **p₁** **p₂** $\dots$

und **q** **q₁** **q₂** $\dots$ auf, so ergeben sich die Begrenzungswände des Kanales, oder die dem Kanal zugekehrten Schaufelwände. Einzelne Punkte der zweiten oder äussern Schaufelbegrenzungen findet man, wenn man von **p**

p₁ **p₂** $\dots$ und **q** **q₁** **q₂** die horizontale Schaufeldicke $\frac{\delta_1}{\sin. \beta_0} = \frac{R}{40 \sin. \beta_1}$

nach der entsprechenden Seite hin auf die Horizontalen aufträgt. Man sieht aus Fig. 17, dass die normalen Schaufeldicken an der Ein- und Austrittsseite verschieden gross ausfallen, wie diess auch der Gleichung (102) zu Folge im Allgemeinen der Fall sein muss.

Um auch in dem eben behandelten Falle zu untersuchen, in welchem Verhältnisse zur Zeit die Abnahme des Wirkungsgrades erfolge, hat man aus Fig. 9

$$dx = M m \sin. \beta = u dt \sin. \beta;$$

die Gleichung (140) zeigt aber, dass $u \sin. \beta$ konstant sei, und es ist diese Grösse nichts Anderes, als die vertikale Komponente **MB** der Wassergeschwindigkeit; setzt man

$$(147) \quad u \sin. \beta = u_1 \sin. \beta_1 = c$$

so hat man

$$dx = c dt$$

$$x = ct$$

Die Integrationskonstante ist = Null, weil für $t = 0$ auch $x = 0$ wird; es ist also x der Zeit t proportional. Da nun die Abgabe der Wirkungsgrösse nach der Eingangs gemachten Annahme proportional der Abszisse x erfolgt, so ist jene Abgabe bei gleicher horizontaler Kanalweite auch der Zeit t proportional.

Um noch für diese Schaufelform die Gleichung des absoluten Wasserweges zu finden, substituirt man den aus obiger Gleichung folgenden Werth

$$t = \frac{x}{c}$$

in (137), welche letztere allgemein gültig ist. Man erhält dadurch

$$(148) \quad \left\{ \begin{array}{l} \eta = y - \frac{v}{c} x \text{ oder} \\ \frac{\eta}{b} = \frac{y}{b} - \frac{v}{c} \frac{x}{b} \end{array} \right.$$

Es ist aber wegen (147)

$$\frac{v}{c} = \frac{v}{u_1 \sin. \beta_1}$$

oder für $\frac{v}{u_1}$ den aus Fig. 5 folgenden Werth gesetzt

$$(149) \quad \frac{v}{c} = \frac{\sin. (\beta_0 + \beta_1)}{\sin. \beta_0 \sin. \beta_1} = \cot. \beta_1 + \cot. \beta_0.$$

Führt man ausser diesem Werthe von $\frac{v}{c}$ noch den Werth von y aus (141) in (148) ein, so folgt

$$\eta = x \cotg. \beta_1 + \frac{x^2}{2b} \cotg. \beta_0 - x \cotg. \beta_0 - x \cotg. \beta_1$$

$$(150) \left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{x^2}{2b} \cotg. \beta_0 - x \cotg. \beta_0 \\ \frac{\eta}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{b} \right)^2 \cotg. \beta_0 - \frac{x}{b} \cotg. \beta_0 \end{array} \right.$$

Mit Hilfe dieser Gleichung lässt sich der absolute Wasserweg leicht verzeichnen. Da diese Gleichung in der Form mit der unter (141) für die Kanalkurve entwickelten ganz übereinstimmt, so folgt, dass auch der absolute Wasserweg eine Parabel bildet, deren Axe gleichfalls zur Radebene parallel liegt.

Um die obigen Resultate gleich hier verwenden zu können, braucht man bloss $-\cotg. \beta_0$ statt $\cotg. \beta_1$ in den Gleichungen für die Parabel der Schaufelkurve zu substituieren. Es ist daher der Parameter übereinstimmend mit (146)

$$p = 2b \tan g. \beta_0,$$

dagegen vermöge (142) und (143)

$$x^1 = b \text{ und } y^1 = -\frac{b}{2} \cotg. \beta_0$$

Der Scheitel der Parabel liegt also in der untern Parallele i, h Fig. 17, welche daher die Axe der Parabel bildet, und wird hiedurch der zu Grunde gelegten Bedingung entsprochen, dass die Wassertheilchen senkrecht auf die Radebene austreten sollen.

Die Form des absoluten Wasserweges ist in Fig. 17 durch die Linie $mg i, 0_1$ dargestellt; der oberste Theil mg desselben ist natürlich geradlinig und unter dem Winkel β_0 gegen die Leitradebene geneigt; der unterste ebenfalls geradlinige Theil $i, 0_1$ ist jedoch vertikal; die einzelnen Punkte des mittleren gekrümmten Theiles ergeben sich wieder, indem man auf den durch $m_1, m_2, \dots$ gezogenen Horizontalen laut (148) und (149) die Werthe

$$\frac{v}{c} \frac{x}{b} = (\cotg. \beta_1 + \cotg. \beta_0) \frac{x}{b}$$

wie solche sich für $\frac{x}{b} = 0.1, 0.2, \dots$ ergeben, von $m_1, m_2, \dots$ nach Links aufträgt.

§. 12.

Zusammenstellung der theoretischen Resultate und deren Anwendung auf einen speziellen Fall.

Um den praktischen Gebrauch der bisherigen theoretischen Untersuchungen zu erleichtern, sollen alle für die Ausübung nothwendigen Resultate hier zusammengestellt, und mit der Anwendung auf einen speziellen Fall in Verbindung gebracht werden. Es lässt sich aber dabei nicht vermeiden, Mehreres von dem bereits Gesagten hier kurz zu wiederholen, was jedoch durch Rücksichten auf praktische Brauchbarkeit entschuldigt werden möge; denn eine solche Darstellung trägt wesentlich dazu bei, ohne viel Nachschlagen und Nachsuchen wann immer sogleich den richtigen Gebrauch von der entwickelten Theorie zu machen.

Es sei eine Turbine für eine Wasserkraft zu entwerfen, bei welcher die pr. 1 Sec. zufließende Wassermenge $M = 10$ cub. Fuss und das Gefälle, d. i. der Abstand des obern Wasserspiegels vom untern $H = 9$ Fuss

beträgt.

Wie im Vorhergehenden näher erörtert wurde, so gebührt unter den vielen für jeden gegebenen Fall theoretisch möglichen und richtigen Turbinen-Varietäten der Vorzug einer Aktionsturbine, deren Laufrad-Kanäle nahe gleiche normale Weiten besitzen, und bei welcher das Wasser fast mit der dem Gefälle entsprechenden Ausfluss-Geschwindigkeit aus dem Leitrade ins Laufrad eintritt.

Diesen Anforderungen entspricht am vollkommensten die Turbinen-Varietät B_1 auf Tabelle I., bei welcher $m = 0.917$ und daher $U_0 = \sqrt{2g \cdot 0.917H}$ ist. Man entnimmt aus der Tabelle I. für diese Turbine nachstehende Konstruktionsverhältnisse; es ist:

der äussere Radhalbmesser

$$R = 0.637 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = 0.637 \sqrt{\frac{10}{\sqrt{9}}} = 1.16' = 14''$$

Die Zahl der Umgänge pr. Minute:

$$n = \frac{36.5 \sqrt{H}}{R} = \frac{36.5 \sqrt{9}}{1.16} = 94$$

Die Weite der Radkanäle:

$$a_0 = a_1 = 0.082 R = 0.082 \cdot 14 = 1.15''$$

$$a_2 = 0.102 R = 0.102 \cdot 14 = 1.43'$$

Die drei Schaufelwinkel:

$$\beta_0 = 14^\circ 10'$$

$$\beta_1 = 156^\circ 0' \text{ Suppl. } 24^\circ 0'$$

$$\beta_2 = 29^\circ 0'$$

Die Zahl der Radschaufeln:

$$n_0 = 12, \quad n_1 = 20$$

Der innere Radhalbmesser:

$$R = \frac{2}{3} R = \frac{2}{3} \cdot 14 = 9\frac{1}{3}''$$

Die Höhe der beiden Räder

$$b_0 = b_1 = \frac{1}{2} R = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7''$$

Die Schaufeldicke:

$$\delta_0 = \delta_1 = \frac{R}{40} = \frac{14''}{40} = 4.2'''$$

Der Spielraum zwischen beiden Rädern nach (57)

$$i = \frac{1}{80} R = \frac{\delta}{2} = 2.1'''$$

Aus Tabelle III, ergibt sich noch das gerade Endstück der Leitradkanalaxe:

$$J_0 = 0.212 R = 0.212 \cdot 14 = 2.97''$$

Die geraden Endstücke der Laufradkanalaxen:

$$J_1 = 0.142 R = 0.142 \cdot 14 = 2''$$

$$J_2 = 0.142 R = 2''$$

Der Krümmungshalbmesser für die Laufradkanalaxe:

$$\rho = 0.209 R = 0.209 \cdot 14 = 2.93''$$

Die obere Kanalweite des Leitrades:

$$A = 0.411 R = 0.411 \cdot 14 = 5.75''$$

Die Theilung des Leitrades:

$$s_0 = 0.437 R = 0.437 \cdot 14 = 6.12''$$

Die Theilung des Laufrades:

$$s_1 = 0.262 R = 0.262 \cdot 14 = 3.67''$$

Die Schaufeln werden im Querschnitte auf die aufgerollt gedachte Oberfläche eines Cylinders verzeichnet, welcher dieselben gerade in der Mitte ihrer Breite durchschneidet, dessen Halbmesser daher dem mittlern Halbmesser

$$r = \frac{1 + \mu}{2} R = \frac{5}{6} R$$

gleich kommt. In dieser Art ist die Schaufelung für das vorliegende Beispiel in Fig. 7 und Fig. 12 in $\frac{2}{7}$ natürlicher Grösse dargestellt. Nach der im vorigen § gegebenen allgemeinen Anleitung erfolgt die Verzeichnung folgendermassen:

Man zieht zuerst zwei Paare von parallelen Linien AA_1 , BB_1 , und CC_1 , DD_1 in den Abständen $Og = CD = b = 7''$.

Um zuerst die Schauflung des Leitrades zu erhalten, führt man durch einen beliebigen Punkt b der Linie BB_1 Fig. 7 unter dem Winkel $\beta_0 = 14^\circ 10'$ gegen dieselbe die Gerade by , und schneidet auf derselben das Stück $ba = J_0 = 2.97''$ ab. In a errichtet man eine Senkrechte auf ba und beschreibt von dem Durchschnittspunkte O derselben mit Oa den Kreisbogen ac ; die Linie bac stellt dann die Axe des Leitradkanales vor. Den Bogen ac theilt man nun in 8 gleiche Theile trägt die Längen $cc_1 = c_1c_2 \dots$ auf die Hilfslinie ca Fig. 8 auf, und errichtet auf letzterer in den Endpunkten c und a die Senkrechten ip und ap_1 ; hierauf macht man

$$ci = \frac{A}{2} = \frac{5.75}{2} = 2\frac{7}{8}'' \text{ und}$$

$$an = \frac{a_1}{2} = \frac{1.15}{2} = 0.575''$$

errichtet in den Punkten q und q_1 in welchen die Gerade in von den durch c_2 und c_6 zu ip gezogenen Parallelen geschnitten wird, auf in die Senkrechten qp und q_1p_1 so liefern deren Durchschnitte p und p_1 mit den Senkrechten ip und ap_1 die Mittelpunkte der Kreisbögen il und ln , welche durch die Punkte i und n gehen und die sich in der Mitte von in nämlich in l berühren.

Man führt nun durch $c_1, c_2, \dots$ Parallelen zu ip , und überträgt die sich ergebenden Längen ci , c_1r_1 , $c_2r_2 \dots$ nach Fig. 7 beiderseits von $cc_1c_2 \dots$ auf die durch diese Punkte und durch O gezogenen Radien, wodurch sich die Punkte $r_1, r_2, r_3 \dots$ und $q_1, q_2, q_3 \dots$ der beiden Kanalwände ergeben. Zieht man ferner durch die zwei untersten auf diese Art erhaltenen Punkte n und d zu ab die Parallelen mn und df , so bilden diese die geraden Enden der Kanalwände. Die Linien inm und kdf stellen zugleich die Begrenzungen je einer Leitschaufel vor. Von den zweiten Begrenzungslinien dieser Schaufeln ist su mit inm und tv mit kdf kongruent; um daher diese zweiten Begrenzungen zu verzeichnen, zieht man durch die Punkte r_1, r_2, n und q_1, q_2, d Horizontalen und trägt auf diese die gleiche Länge $kt = is = s_0 = 6.12''$ auf, und zwar von den Punkten $r_1, r_2 \dots nm$ nach rechts, von $q_1, q_2 \dots df$ dagegen nach links.

Die obern Enden der Leitschaufeln können, um den Eintritt des Wassers in das Leitrade weniger zu stören, etwas abgerundet oder zuge-schärft werden.

Um die Schauflung des Laufrades zu erhalten, dessen Begrenzungslinien die Parallelen CC_1 und DD_1 Fig. 12 vorstellen, zieht man die

Gerade **az** unter dem Winkel $\beta_1 = 156^\circ$ oder dessen Supplement 24° gegen **CC₁**.

Es ist wegen der spätern Verzeichnung der äussern und innern Schaufelschnitte vortheilhaft, den Punkt **a** so zu wählen, dass der Anfangspunkt **b** der Laufradschaufel vertikal unter den Endpunkt **f** Fig. 7 der Leitschaufel fällt; um diess zu erreichen, hat man in **f** Fig. 7 die Vertikale zu ziehen, welche die **CC₁** Fig. 12 in **b** schneidet, und dann von **b** Fig. 12 nach rechts die Länge

$$ba = \frac{\frac{a_1}{2}}{\sin \beta_1} = \frac{q_1}{2 \sin \beta_1} R$$

im vorliegenden Falle

$$ba = \frac{0.082}{2.04067} \cdot 14 = 1.412''$$

aufzutragen, wo dann **a** den Anfangspunkt der Kanalaxe vorstellt. Man schneidet nun auf der **az** die Länge **ah** = **J₁** = 2'' ab, errichtet in **h** auf **ah** eine Senkrechte **hs** und macht **hs** = ρ = 2.93''. Ferner zieht man durch **s** die **uv** vertikal auf **CC₁** und die **sp** unter dem Winkel $\beta_2 = 29^\circ$ gegen **sv**, beschreibt sodann aus dem Mittelpunkte **s** durch **h** einen Kreisbogen, welcher die **sp** in **r** schneidet, und errichtet in **r** die auf **sp** Senkrechte **rm**; es ist dann **rm** = **J₂** = 2'' und **ahrm** die Mittellinie des Kanales.

Um nun dessen beide Begrenzungen zu verzeichnen, theilt man den Kreisbogen **hr** in 8 gleiche Theile, überträgt dieselben auf die Geraden **h₁ r₁** der Hilfsfigur Fig. 12 a und macht die Senkrechten

$$h_1 f_1 = h_1 e_1 = \frac{a^1}{2} = \frac{1.15}{2} = 0.575''$$

und

$$r_1 p_1 = r_1 q_1 = \frac{a_2}{2} = \frac{1.43}{2} = 0.715''$$

Verbindet man **f₁** mit **q₁** und **e₁** und **p₁** und zieht durch die 8 Theilpunkte der Geraden **h₁ r₁** Senkrechte bis zu den Linien **f₁ q₁** und **e₁ p₁** so geben ihre Längen die Kanalweiten für die korrespondirenden Punkte der krummen Kanalaxe. Man überträgt daher diese Längen nach Fig. 12 beiderseits an den Theilpunkten der Kanalaxe **ahrm** auf die durch diese Theilpunkte zu **s** gezogenen Radien. Die Verbindung der sich ergebenden Punkte liefert die krummen Theile der Kanalbegrenzungen, und die durch die Endpunkte **e** und **f** zu **ah** und durch **p** und **q** zu **rm** gezogenen Parallelen sind die geraden Endstücke derselben. Trägt man endlich die

Theilung des Laufrades $s_1 = 3.67''$ von den einzelnen Punkten dieser beiden Linien horizontal beziehungsweise nach rechts oder links auf, so erhält man genau wie beim Leitrad die zweiten Begrenzungen der Schaufeln.

Die Ausbauchungen der Laufradschaufeln werden, wie im vorigen § angegeben und in der Fig. 12 angedeutet, hohl gegossen, um an Gewicht zu sparen.

Für die Ausführung ist ausser dem Mittelschnitte der Schaufeln auch noch die Darstellung der Schaufelschnitte sowohl auf dem innern als dem äussern Kranze der Räder nothwendig, weil diese Zeichnungen zur Modellirung der Räder benöthiget werden.

Um das Verfahren bei Konstruktion dieser Schnitte zu zeigen, sind für das gewählte Beispiel die Mittelschnitte der Schaufeln, mit Fig. 7 und 12. übereinstimmend, in Fig. 13 in $\frac{2}{7}$ Naturgrösse verzeichnet. Es wird vorausgesetzt, dass die Schaufelflächen in der Art geformt sind, dass jede auf die Turbinenaxe senkrechte Ebene dieselben in, durch die Axe gehenden Geraden schneidet. Da die drei Halbmesser des Laufrades, wie 4:5:6 sich verhalten, so stehen auch die Peripherien und mithin nach der gemachten Voraussetzung, die zu gleichen Höhen oder Abszissen x auf den drei Peripherien gemessenen Ordinaten y in demselben Verhältnisse. Es handelt sich nun bloss darum, die Ordinaten der Schaufel-Kurven in dem Verhältnisse 5:6 und beziehungsweise 5:4 abzuändern, um den äussern und innern Schaufelschnitt zu erhalten.

Zu dem Behufe zieht man durch die über einanderliegenden Punkte b v Fig. 13 eine Vertikale PQ , welche die Ordinaten-Axe oder eigentlich Ordinaten-Ebene darstellen soll, ferner durch einen Punkt O derselben die Horizontale mn und unter einem beliebigen Winkel eine Gerade pq . Nun trägt man von O aus eine beliebige Länge viermal bis r und fünfmal bis s auf, zieht rs , schneidet von O aus mit dem sechsfachen der gewählten Länge auf der verlängerten rs ein, wodurch sich t ergibt, und verbindet t mit O . Alle zu rt gezogenen Parallelen werden nun von den Geraden Or Os und Ot Stücken abschneiden, welche sich beziehungsweise wie 4:5:6 verhalten.

Man bezeichne nun einzelne Punkte der Schaufelbegrenzungen, wozu man am besten die bei der Konstruktion derselben gefundenen Punkte wählt, mit 1, 2, 3 . . . fällt von derselben Senkrechte auf die mn , und zieht durch die einzelnen Fusspunkte Parallelen zu rt , welche die rO und tO schneiden. Die auf Or abgeschnittenen Längen Oa_1 und Oa_2 . . . geben die Ordinaten für die Schaufelschnitte am innern, die auf Ot abgeschnittenen Längen Ob_1 und Ob_2 . . . die Ordinaten für die Schaufelschnitte am äussern Radkranze. Zieht man also zwei Vertikalen RS und VT , welche die Abszissenachsen für diese Schnitte darstellen, und durch die

Punkte 1 2 3 des mittlern Schnittes M_1 Horizontalen, so hat man bloss auf diesen von RS aus die Längen oder Ordinaten Oa_1 , Oa_2 und von VT aus die Ordinaten Ob_1 , Ob_2 aufzutragen, um die Punkte des innern Schnittes J_1 und des äussern Schnittes A_1 zu erhalten.

Hat man den mittlern Schnitt MM_1 so verzeichnet, dass die Anfangspunkte b und v in eine Senkrechte fallen, so kann man die verlängerten Geraden pO , sO und tO der Hilfsfigur benützen, um sogleich auch für das Leitradd die Ordinaten des innern und äussern Schnittes zu erhalten. Man projiziert wieder die Punkte der Leitschaufelbegrenzungen auf On , und zieht durch die Projektionen Parallele zu rt . Die auf Oq abgeschnittenen Stücke Oc_1 , Oc_2 , Oc_3 geben die Ordinaten des innern Schaufelschnittes J , die Stücke Od_1 , Od_2 , Od_3 die Ordinaten des äussern Schaufelschnittes A .

Da man jedoch die äussern Wände des Leitrades gegen die Eintrittsseite erweitert, um eine allmälige Aenderung der Geschwindigkeit zu erzielen, so gehört der äussere Kranz der Oberfläche eines abgestutzten Kegels an, und man kann daher die Ordinaten dieses Schnittes nicht einfach auf die durch die Punkte des mittlern Schnittes M gezogenen Horizontalen übertragen, sondern es muss diess auf Kreisbögen geschehen, als welche sich die horizontalen Schnitte in dem aufgewickelten Kegelmantel darstellen. Der Mittelpunkt für diese Kreisbögen ergibt sich, wenn man berücksichtigt, dass der äussere Halbmesser des Leitrades an der Eintrittsseite gewöhnlich um $\frac{1}{4}$ der Leitraddhöhe b grösser als R gemacht

wird, dass also Fig. 14 $np = \frac{b}{4} = \frac{R}{8}$ ist; man hat nämlich

$$\frac{Or}{mr} = \frac{mp}{np} \text{ oder}$$

$$\frac{Or}{R} = \frac{\frac{R}{8}}{\frac{R}{8}} = 4$$

$$Or = 4R \text{ und}$$

$$mO = \varrho_1 = \sqrt{Or^2 + R^2} = R\sqrt{17}$$

(151)

$$\varrho_1 = 4.123 R$$

Macht man also Fig. 13 $UV = \frac{b}{4}$ verbindet U mit u , und trägt auf der verlängerten Uu von u nach abwärts $\varrho_1 = 4.123 R$ auf, so erhält man den Mittelpunkt, von dem aus die Kreisbögen UW und uw zu beschreiben sind, welche die obere und untere Begrenzung des Leitrades vorstellen. Man überträgt nun die Ordinaten Od_1 , Od_2 , Od_3 aus der

Hilfsfigur auf den Kreisbogen uw , was am schnellsten dadurch erreicht wird, dass man der Reihe nach die einzelnen Abstände $ud_1, d_1d_2, \dots$ gleich den Abständen $Od_1, d_1d_2, \dots$ in der Hilfsfigur abschneidet, und zieht durch die Punkte $d_1, d_2, \dots$ und den bereits früher erhaltenen Mittelpunkt Radien; auf diese trägt man sodann die auf uV abgenommenen Längen $uu_1, uu_2, \dots$ auf welche dann die Ordinaten der Schaufelkurven darstellen, nach $d_1\delta_1, d_2\delta_2, \dots$.

Es versteht sich von selbst, dass die hier angegebene Schaufelkonstruktion in natürlicher Grösse vollzogen werden muss, da bei Uebertragung einer verjüngten Zeichnung in die natürliche Grösse sich leicht Unrichtigkeiten einschleichen.

§. 13.

Detail-Konstruktion und Aufstellung der berechneten Turbine.

Wir wollen zunächst von der im vorigen §. für

die Wassermenge $M = 10 \text{ c.}'$

und das Gefälle $H = 9'$

berechneten Turbine ausgehen, für welche die Zeichnung der Schaufelung daselbst speziell durchgeführt wurde.

Die Detail-Konstruktion und Aufstellung dieser Turbine ist in den Fig. 18, 19, 20 und 21 dargestellt. Den Hauptbestandtheil bilden die beiden Turbinenräder mit ihrem Gehäuse. Diese Theile sind in Fig. 18 in grösserem Massstabe besonders ersichtlich gemacht.

Das Laufrad besteht aus zwei cylindrischen Kränzen, deren Dicke d höchstens der doppelten Schaufeldicke, also

$$(152) \quad d = \frac{1}{20} R$$

gleichgehalten wird.

Die zwischen den Kränzen befindlichen Schaufeln sind mit Ersteren und der Nabe e aus einem Stücke gegossen. Der äussere Kranz bekommt an der Einlaufseite bei a einen vorstehenden und abgedrehten Rand, mit welchem sich derselbe an die innere Wand des Gehäuses A möglichst nahe anschliesst, ohne jedoch dieselbe zu berühren.

Der innere Kranz steht mit der Nabe des Rades e durch eine in der Mittelhöhe angebrachte Zwischenscheibe d in Verbindung. Es unterliegt aber keinem Anstande, die Scheibe d auch näher gegen die Einlaufseite anzubringen und ebenso auch die Nabe mehr nach Oben reichen zu lassen.

Am äussern Kranze des Leitrades befinden sich bei b und c zwei abgedrehte Ränder gleichfalls wegen des genauen Anschlusses an das Rad-

gehäuse. Der innere Kranz ist an der Einlaufseite mittelst einer mit ihm aus einem Stücke gegossenen Scheibe **f** geschlossen, bis auf eine für den Durchgang der Spindel bestimmte Oeffnung, welche jedoch etwas weiter gehalten ist, damit letztere mit ihrer zum Aufkeilen der Nabe bestimmten Verstärkung durchgezogen werden kann. Zum genauen Abschluss zwischen der Spindel und der Leitradscheibe **f** dient ein auf die Spindel aufgeschobener, am besten aus zwei Theilen bestehender Ring **g**, welcher mit seiner abgedrehten unteren Fläche auf der Leitradscheibe **f** aufliegt und durch eine Warze am Mitdrehen gehindert wird.

Man pflegt wohl auch die äusseren Kränze an den beiden Rädern manchmal ganz wegzulassen, was aber nicht gebilligt werden kann, theils wegen des schwierigen Abdrehens der Räder an ihrer Peripherie, theils wegen der leichteren Gebrechlichkeit der freigestellten Schaufeln.

Zunächst der beiden Räder ist das dieselben einschliessende Gehäuse **A** von besonderer Wichtigkeit. Dasselbe hat eine cylindrische Gestalt, bis auf den oberen Theil, welcher zur Aufnahme des Leitrades bestimmt und diesem nachgebildet, also konisch ist. Dieser konische Theil nebst dem daran stossenden vorspringenden cylindrischen und dem Rande **a** gegenüber liegenden Streifen ist wegen des guten Anschlusses der beiden Räder genau ausgedreht.

Im unteren Theile des Radgehäuses befindet sich ein diametraler Steg **h** mit einer Büchse **K** für den unteren Spindelzapfen. Diese Büchse ist in Fig. 19 in grösserem Massstabe im Durchschnitte besonders versinnlicht und wird am einfachsten in folgender Weise eingerichtet: Am Boden derselben befindet sich die Zapfenunterlage **l** aus Hartguss mit zwei Zäpfchen in der Basis, um das Mitdrehen zu verhindern. Oben ist die Büchse wasserdicht verschlossen, und zwar mittelst eines Deckels **o**, welcher die Spindel **S** dicht umschliesst und mit seinem angegossenen unteren Theile in die Büchse genau passt. Zur Sicherung des luftdichten Schlusses bei einiger Abnützung des Deckels dient ein nach Unten gekehrter Lederstulp **m**, welcher mittelst einer Scheibe **n** durch Schrauben niedergedrückt wird. Der Lederstulp muss aus dem Grunde nach Unten gekehrt sein, weil in der mit der Atmosphäre durch ein Schmierröhrchen in Verbindung stehenden Oelkammer **k** der Büchse ein grösserer hydrostatischer Druck existirt als ausserhalb der Büchse, indem letztere vom Hinterwasser umgeben wird, dessen hydrostatischer Druck vom äusseren atmosphärischen stets übertriffen wird.

Zur bessern Vertheilung der Schmiere ist im Spindelzapfen **z** eine Rinne **p** eingefeilt und in der Mitte der Unterlage **l** ein vertikales Loch **q** gebohrt, welches mit einer horizontalen Bohrung **r** kommuniziert. Das in der Rinne **p** befindliche Oel wird während der Umdrehung der Spindel

herausgeschleudert und durch neues kontinuierlich ersetzt, welches auf dem Wege **r q** in Folge der saugenden Wirkung nachrückt. Auf diese Weise wird das Oel in der Kammer stets in Cirkulation erhalten. Erneuert wird dasselbe durch Zuleitung in ein bis **s** mündendes Röhrchen und durch gleichzeitiges Ablassen bei einem mit der Oeffnung **t** in Verbindung stehenden und mit einem Hahne versehenen Abflussröhrchen. Die Zu- und Ableitungsröhrchen sind in Fig. 21 ersichtlich gemacht.

Die Büchse **K** (Fig. 18) ist mit dem Gehäuse **A** zu gleicher Zeit konzentrisch ausgebohrt, wodurch eine besondere Zapfenpfanne mit horizontalen Stellschrauben ganz entbehrlich wird.

Um bei stattgefundenener Abnützung des untern Spindelzapfens nicht die ganze Spindel beseitigen zu müssen, wird in deren unteres Ende ein besonderer Stahlzapfen **z** (Fig. 19) eingepasst, der sich leicht auswechseln lässt.

Der zum Aufkeilen des Laufrades an die Spindel anzubringenden Verstärkung gibt man am besten eine cylindrische Form, theils wegen des leichteren Stellens des Laufrades möglichst nahe dem Leitrade, theils wegen des bequemern Abnehmens des Laufrades von der Spindel.

Bei einem kleinen Gefälle bleibt die Turbine nach Oben offen und die Spindel reicht bis über den Wasserspiegel, wo dieselbe von einem Halslager gehalten wird. Der Ständer für's Letztere ruht auf zwei Tragbalken **D** (Fig. 20 und 21) und trägt ausserdem noch das Lager für die horizontale Welle **W**, auf welche die Bewegung der Turbinenspindel mittelst der Winkelräder **P Q** übertragen wird.

Die Bodenplatte dieses Ständers ist wegen des vertikalen Winkelrades passend durchbrochen.

Bei der Anordnung der Winkelräder soll man stets dafür Sorge tragen, dass das Winkelrad an der Turbinenspindel nach Oben zu liegen kommt, theils wegen des durch den Eingriff der Winkelräder bei dieser Stellung verursachten Hebens der Spindel, wodurch der untere Zapfen entlastet wird, während er sonst einen Zuwachs an Druck erfahren würde, theils wegen des leichten Aufziehens der Turbinenspindel sammt dem Lauf- und Leitrade aus dem Gehäuse, ohne vorher die Winkelräder abkeilen zu müssen. Zum Einhängen der Spindel ist in dieselbe oberhalb ein Ohr eingeschraubt.

Das Turbinengehäuse **A** schliesst sich oberhalb an den Boden des Wassergerinnes **B** an; nach Unten dagegen wird dasselbe durch ein vollkommen wasserdicht angeschraubtes Rohr **C** bis unter das Niveau des Unterwassers verlängert.

Ueber die zulässige Grenze dieser Verlängerung liegen noch keine genügenden Erfahrungen vor; jedenfalls richtet sich die Grösse derselben

nach dem vertikalen Abstände zwischen der Auslaufseite des Laufrades und dem Unterwasserspiegel, welcher bekanntlich 31 Fuss nicht überschreiten darf.

Das Abfallrohr **C** wird bei einer offenen Turbine sogleich als Träger für das Turbinengehäuse benützt. Man versieht dasselbe mit flachen radial gestellten und angegossenen Füßen **v**, welche mit ihrer breiten Basis auf einer Bodenplatte **w** festgeschraubt sind und mit dieser auf dem Radstubenboden ruhen.

Um das Füllen des Abfallrohres mit Wasser beim Anlassen einer offenen Turbine zu erleichtern, muss man die Radstubensohle um die Turbine herum etwas tiefer legen, so dass sich ein Sumpf bildet, in welchen das Abfallsrohr fast hineinreicht.

Die Höhe der ringförmigen Abflussöffnung, d. i. der Abstand des untersten Randes des Abflussrohres vom Boden des Sumpfes muss wenigstens so gross gehalten werden, dass die Oberfläche dieses Ringes dem Querschnitte des Abflussrohres gleich kommt. Ist $\mathcal{D}$ der Durchmesser des Letzteren, so muss sein:

$$(153) \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{D} \pi h = \frac{\mathcal{D}^2 \pi}{4} \text{ oder} \\ h = \frac{1}{4} \mathcal{D} \end{array} \right.$$

Es muss also dieser Abstand wenigstens dem vierten Theile des Röhrendurchmessers $\mathcal{D}$ gleich gehalten werden.

Auch der Boden des Einflussgerinnes wird oberhalb der Turbine etwas tiefer gelegt, um das Wirbelbilden des Oberwassers und das Schlürfen zu vermeiden.

Zum Abstellen der Turbine dient eine gewöhnliche Schütze, die an einem passenden Punkte **E** im Wassergerinne angebracht und auf die übliche Weise gehandhabt wird.

Es ist nicht gerade nothwendig, das Turbinengehäuse an das Wassergerinne unmittelbar anzustossen; man kann auch zwischen dem Gehäuse und Gerinne Röhren einschalten, und auf diese Weise für ein bedeutendes Gefälle noch mit einer offenen Turbine auskommen. Dieser Vortheil ist jedoch nur ein scheinbarer und man wird daher selten von dieser Anordnung Gebrauch machen, theils weil hiedurch die Spindel zu lang und daher auch zu schwer ausfällt und vibriert, theils weil die zur ersten Uebersetzung der Bewegung dienenden konischen Räder bereits in eine zu unbequeme Höhe zu stehen kommen. Auch kann man wegen des Zwischenrohres zum Leit- und Laufrade vom Gerinne aus nicht mehr leicht zutreten und muss daher zu diesem Zwecke in das Einfallrohr ein Mannsloch anbringen.

Um nun diese Nachtheile zu vermeiden, und für grössere Gefälle

überhaupt, wählt man Turbinen mit einem oben geschlossenen Gehäuse, sogenannte Hochdruckturbinen.

Die Einrichtung und Aufstellung einer solchen Turbine ist aus den Fig. 22 bis 28 zu ersehen.

Die in diesen Figuren dargestellte Turbine ist für eine Gefällshöhe $H = 18$ Fuss und eine Wassermenge $M = 10.5$ Kubikfuss berechnet.

Für diese Verhältnisse findet man den Radhalbmesser aus Tab. I., B_1 .

$$R = 0.637 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} = 0.637 \sqrt{\frac{10.5}{\sqrt{18}}} = 1'$$

Mit Hilfe dieses Halbmessers lassen sich die übrigen Konstruktionsgrössen in der bereits gezeigten Weise berechnen: auch werden sodann die beiden Turbinenräder sammt ihrem Gehäuse genau so verzeichnet, wie diess im Vorhergehenden gezeigt wurde.

Das Gehäuse **A** (Fig. 22) einer geschlossenen Turbine unterscheidet sich bloss in einem Punkte von dem für offene Turbinen konstruirten, nämlich dadurch, dass dessen oberer Kranz nicht ganz rund gehalten, sondern mit zwei erweiterten starken Lappen **a** versehen wird, mittelst welchen dasselbe auf den gusseisernen Trägern **b** (Fig. 22 und 23) aufruhrt und mit diesen verschraubt ist. Letztere sind in die gemauerten Wände der Radstube eingelassen. Dieser obere Kranz **a** des Gehäuses **A** ist in Fig. 24 im Grundrisse besonders dargestellt.

An das Radgehäuse ist das Abfallrohr **C** vollkommen luftdicht angeschraubt und reicht mit seinem untersten Ende gleichfalls bis in den Radstubensumpf, ohne jedoch mit Füßen versehen zu sein, weil das Radgehäuse bereits auf einer soliden Unterlage ruht und dasselbe zu tragen im Stande ist.

Auf dem Radgehäuse ist der Aufsatzcylinder **B** wasserdicht aufgeschraubt; letzterer wird nach Oben mittelst eines Deckels **d** abgeschlossen, durch welchen die Spindel in einer Stopfbüchse durchgeht. Die Packung dieser Büchse ruht aber nicht unmittelbar auf einem innern Rande des Deckels **d**, sondern Letzterer tritt mehr zurück und trägt eine an die Spindel dicht anschliessende Scheibe **s** (Fig. 25), die der Packung zur Unterlage dient. Bei dieser Einrichtung ist man im Stande, die Spindel aus dem Gehäuse herauszuziehen, ohne dessen Deckel abnehmen zu müssen, weil die innere Lichte des Stopfbüchsenkranzes den Durchgang der Spindelverstärkung zulässt.

Ausserdem besitzt der Aufsatzcylinder noch zwei Oeffnungen, die eine **e** für den Eintritt des Aufschlagwassers, welches demselben aus den Einfallröhren **F** zugeführt wird, die andere **f** als Mannsloch zum Zutritt zu den beiden Rädern.

Die Eintrittsöffnung **e** hat mit den Einfallröhren einen gleichen Durchmesser. Die Grösse **D** des Letzteren ergibt sich aus der Wassermenge und der Geschwindigkeit, mit welcher man das Wasser durch die Röhren sich bewegen lassen will und die gewöhnlich = 4 Fuss gesetzt wird; es ist nämlich:

$$\frac{D^2 \pi}{4} 4 = M \text{ also}$$

$$(154) \quad D = \sqrt{\frac{M}{\pi}} = 0.56 \sqrt{M}$$

Das Mannsloch ist viereckig und so breit, dass die beiden Turbinenräder durch dasselbe leicht eingebracht werden können. Es wird mittelst eines eisernen Deckels durch Schrauben wasserdicht geschlossen. Um bequem zum Mannsloche zutreten und im Innern der Turbine arbeiten zu können, dient eine in der Radstube angebrachte Bühne **G** (Fig. 22), der noch eine Zweite **H** gegenüber steht.

Die Einfallröhren werden auf dem schicklichsten Wege mit dem Wasserkasten im Oberwassergraben oder im Gerinne verbunden. In Fig. 22 ist vorausgesetzt, dass das Gerinne bis an die Hinterwand desjenigen Lokals geführt ist, in welchem die Turbine aufgestellt werden soll.

Vor dem Abbiegen der Einfallröhren werden dieselben besonders unterstützt, um mit ihrem Gewichte die Träger der Turbine nicht unnöthiger Weise einseitig zu belasten.

Zum Abstellen der Turbine und nöthigenfalls zum Ermässigen ihrer normalen Umlaufgeschwindigkeit dient die Drosselklappe **g** (Fig. 22 und 26), welche in einem eingeschalteten kurzen Röhrenstücke angebracht ist. Der Stiel dieser Klappe geht durch eine hohle Säule und ist oben mit einem gezahnten Segmente versehen, in welches eine Schraube ohne Ende eingreift, die mittelst einer Kurbel sich handhaben lässt. Fig. 27 zeigt die Schraube ohne Ende sammt Kurbel im Grundriss.

Der Ständer für das obere Halslager der Spindel ist an eine Bodenplatte angegossen, welche die Radstube überbrückt und an deren Mauerwerk mit Schrauben festgezogen wird. An derselben Bodenplatte ruht auch das Lager für die horizontale Welle, auf welche die Bewegung der vertikalen Spindel mittelst Winkelrädern übertragen wird. Die Bodenplatte ist in Fig. 28 im Grundriss dargestellt.

Da bei dieser Anordnung die Spindel an drei Punkten in Lagern läuft, worunter das von dem Gehäuse ganz unabhängige oberste Lager sich schwer genau so stellen lässt, dass keine einseitige Spannung hervorgerufen wird, so wählt man in manchen Fällen mit Vortheil jene Anordnung des Aufsatzgehäuses, welche in den Fig. 29 und 30 dargestellt ist. Dabei

läuft der Deckel nach Oben in eine Hülse **m** aus, an deren obersten Ende die Stopfbüchse sich befindet; Letztere dient dann nicht bloss zum wasserdichten Durchführen der Spindel aus dem Gehäuse, sondern zugleich als Lager und besteht daher aus zwei Theilen, die mit Stellschrauben gegen die Spindel angedrückt werden.

Die Einrichtung dieser Büchse ist übrigens ganz dieselbe, wie bei der vorhergehenden Turbine (Fig. 25).

An dem Deckel dieser Turbine ruht übrigens noch der Ständer des horizontalen Lagers, wesshalb dieser Deckel nach dieser Seite hin passend verlängert ist, wie diess die Fig. 31 darstellt.

In manchen Fällen kann darauf Werth gelegt werden, dass die Spindel der Turbine eine horizontale Lage besitze. Die Anordnung einer solchen Turbine mit vertikal stehendem Laufrade zeigen die Fig. 32 bis 36. Zum Unterschiede von den beschriebenen Turbinen bemerkt man im innern Bau derselben längere Stopfbüchsen bei beiden Lagern, um die auf der Spindel ruhende Last mehr zu vertheilen. Ferner ist an die Scheibe des Leitrades eine Hülse angegossen, welche in die obere Stopfbüchse reicht und die Bodenscheibe darin vertritt. Ausserdem besteht das Aufsatzgehäuse mit dem Radgehäuse aus einem Stücke, und es münden die Ein- und Abfallröhren seitwärts in dieses Gehäuse. Endlich stützt sich die Spindel an einen Bügel **b**, um deren horizontales Verschieben durch den Wasserdruck zu verhindern.

Die in Fig. 36 besonders dargestellte Bodenplatte, auf welche die Turbine befestigt ist, dient zugleich als Basis für die Zapfenständer der Zwischenschwelle, auf welche die Bewegung von der Turbinenspindel mittelst Stirnräder übertragen wird. Von der Zwischenschwelle kann die Bewegung ohne Winkelräder sofort mittelst Riemen weiter fortgepflanzt werden.

Die Rohrturbinen mit horizontaler Welle lassen sich bei grossen Gefällen mit Vortheil anwenden, weil dann die ganze Maschine nicht bloss sehr kleine Dimensionen annimmt, sondern sich auch an einen beliebigen Ort leicht aufstellen lässt.

§. 14.

Berechnung und Konstruktion der Turbine für aussergewöhnliche Verhältnisse. Partialturbinen.

Die zur Berechnung einer Turbine im §. 12 angewendeten speziellen Formeln passen nur für mittlere Gefälle und Wassermengen; sind diese ungewöhnlich gross oder klein, so muss man auf die Grundformeln selbst zurückgehen und in diesen für die willkürlichen Grössen jene Werthe einführen, welche zur jeweiligen Aufgabe gerade am besten passen.

Es lassen sich in dieser Beziehung zwei Fälle unterscheiden:

1. Grosse Wassermenge.

Diese führt auf einen grossen Radhalbmesser, da nach Formel (57) bei gleichem Gefälle die Halbmesser wie die Quadratwurzeln aus den Wassermengen zunehmen.

Sobald der Turbinen-Durchmesser gegen 3 Fuss und darüber beträgt, ist die Anzahl von 12 Leitschaufeln und die ihm entsprechende Zahl von Laufradschaufeln nicht genügend, das Wasser gleichmässig zu leiten, indem die Kanäle zu weit ausfallen. Auch ergeben sich die Schaufeln dicker als nothwendig, wenn man bei grössern Halbmessern ihre Stärke gleich dem vierzigsten Theil des Halbmessers setzt. Es ist daher nothwendig, bei Halbmessern, die über drei Schuh betragen, mehr Schaufeln anzubringen, und zugleich die Schaufeldicken verhältnissmässig abnehmen zu lassen. Die folgende Tabelle IV. enthält auf den Zeilen B_1 und C_1 die für

$$n_0 = 18 \quad \nu = \frac{1}{50} \text{ und für}$$

$$n_0 = 24 \quad \nu = \frac{1}{60}$$

sich ergebenden, der Turbine B_1 in Tabelle I. analogen Turbinen-Varietäten.

Zum Vergleich ist denselben auf der Zeile A_1 der Fall B_1 der Tab. I. vorangestellt. Es wurde für B_1 und C_1 das Verhältniss

$$\alpha = 0.6$$

wie für A_1 beibehalten, weil dann in beiden Fällen nicht nur günstige Verhältnisse der Kanalweiten, sondern auch ein nicht weit von 1 liegender Werth für m sich ergibt. Die zwei Fälle B_1 und C_1 unterscheiden sich von dem erstern A_1 bloss durch grössere absolute Schaufelzahlen und kleinere Schaufeldicken. Der Werth von m liegt in den zwei Fällen B_1 und C_1 näher an 0.916 als an 0.917, daher die Zahl 0.916 dafür in die Tabelle eingesetzt wurde. Dass die einzelnen Konstruktionsgrössen für die drei Fälle keine gesetzmässige Reihe bilden, rührt daher, dass auch die 4. Dezimalstelle von m noch Einfluss auf die Minutenzahl der Winkel und auf die 3. Dezimalstellen der übrigen Grössen hat. Es wäre also zur genauen Bestimmung der Konstruktionsgrössen die Annahme eines auf 4 Dezimalen genauen Werthes von m erforderlich gewesen, was jedoch die in der Praxis erreichbare Genauigkeit zu vernachlässigen gestattet.

Man ersieht aus der Tabelle IV. dass bei Festhaltung an den Werth $\alpha = 0.6$ die Aenderung der absoluten Schaufelzahlen und Schaufeldicken innerhalb der praktischen Grenzen nur einen sehr geringen Einfluss auf die übrigen Konstruktionsgrössen der Turbine ausübt; nur die Kanalweiten a_0 , a_1 , a_2 werden natürlich relativ, um so kleiner, je grösser die Schaufelzahlen sind.

Die zur Schaufelkonstruktion erforderlichen Grössen enthält die nachstehende der Tabelle III. analoge Tabelle V. auf den gleichbezeichneten Zeilen B_1 und C_1 .

Tabelle IV.

Nr.	m	μ	ν	α	n_0	n_1	β_0	β_1	β_2	k	f	p	μ	q_1	q_2	η_1	η_2
										$v=k\sqrt{2gH}$	$R=f\sqrt{\frac{M}{VH}}$	$n=p\sqrt{\frac{HVH}{M}}$	$n=p\frac{VH}{R}$	$a_0\cdot a_1\cdot q_1\sqrt{\frac{M}{VH}}$	$a_2=q_2\sqrt{\frac{M}{V\Pi}}$	$a_0=a_1=q_1R$	$a_2=q_2R$

1. Turbinen für grosse Wassermengen.

A ₁	0.917	² / ₃	¹ / ₄₀	0 6	12	20	14°10'	156°00'	29°00'	0.404	0.637	57.3	36.5	0.052	0.065	0.082	0.102
B ₁	0.916	² / ₃	¹ / ₅₀	0.6	18	30	14°30'	155°20'	29°00'	0.405	0.646	56.6	36.5	0.034	0.042	0.053	0.065
C ₁	0.916	² / ₈	¹ / ₆₀	0.6	25	40	14°30'	155°20'	29°00'	0.405	0.660	55.4	36.5	0.025	0.031	0.038	0.047

2. Turbinen für hohe Gefälle.

A ₂	0.999	⁵ / ₆	¹ / ₄₀	0.632	12	19	14°10'	157°30'	30°00'	0.386	0.833	38.0	31.7	0.076	0.105	0.090	0.126
----------------	-------	-----------------------------	------------------------------	-------	----	----	--------	---------	--------	-------	-------	------	------	-------	-------	-------	-------

3. Partialturbinen.

A ₃	1	⁵ / ₆	¹ / ₄₀	0.632	12.64	20	14°10'	157°10'	30°00'	0.387	0.835	38.0	31.7	0.072	0.099	0.087	0.119
B ₃	1	⁵ / ₆	¹ / ₅₀	0.632	18.96	30	14°10'	157°40'	30°00'	0.387	0.860	36.9	31.7	0.047	0.065	0.054	0.076
C ₃	1	⁵ / ₆	¹ / ₆₀	0.632	25.28	40	14°10'	157°10'	30°00'	0.387	0.878	36.1	31.7	0.034	0.049	0.039	0.055

Tabelle V.

Nr.	i_0 $J_0 = i_0 R$	i_1 $J_1 = i_1 R$	i_2 $J_2 = i_2 R$	φ $\varphi = \varphi R$	a $A = a R$	σ_0 $s_0 = \sigma_0 R$	σ_1 $s_1 = \sigma_1 R$
1. Turbinen für grosse Wassermengen.							
A ₁	0.212	0.142	0.142	0.210	0.411	0.436	0.262
B ₁	0.152	0.108	0.109	0.226	0.266	0.291	0.174
C ₁	0.123	0.091	0.092	0.234	0.193	0.218	0.131
2. Turbinen für hohe Gefälle.							
A ₂	0.230	0.159	0.159	0.201	0.455	0.480	0.303
3. Partialturbinen.							
A ₃	0.222	0.153	0.153	0.204	0.431		0.289
B ₃	0.157	0.114	0.116	0.223	0.279		0.192
C ₃	0.127	0.096	0.098	0.232	0.203		0.144

2. Hohes Gefälle.

Ein hohes Gefälle führt, wie abermals die Betrachtung der Formel (57) zeigt, auf kleine Halbmesser und nach Formel (64) auf eine zu grosse Zahl der Umgänge. In diesem Falle wird man zunächst für μ einen grössern Werth als $\frac{2}{3}$ annehmen müssen, weil dadurch vermöge (57) der Halbmesser R grösser ausfällt; denn beim Wachsen von μ kommt der Nenner des Werthes von f der Null näher und es wird mithin f und R um so grösser, je näher μ der Einheit oder $1 - \mu$ der 0 gelegen ist. Ebenso wird nach Formel (64) n um so kleiner, einen je grössern Werth μ besitzt.

Bei einer grossen Gefällshöhe ist ferner der Verlust an Wasser durch die Spalte zwischen Leit- und Laufrad ein beträchtlicher, wenn nicht dafür gesorgt wird, dass die Pressung an dieser Stelle möglichst nahe der atmosphärischen, d. h. m möglichst nahe der Einheit kommt.

Wählt man nun für eine mit hohem Gefälle arbeitende Turbine

$$n_0 = 12 \quad \mu = \frac{5}{6} \text{ und } \alpha = \frac{n_0}{n_1} = \frac{12}{19}$$

so findet man durch Substitution dieser Werthe in die Gleichung (62)

$$m = 0.999$$

also sehr nahe $= 1$.

Die übrigen Konstruktions-Grössen dieser Turbinenvarietät, wie solche aus den allgemeinen Formeln sich ergeben, sind auf der voranstehenden Tabelle IV. auf der mit A_2 bezeichneten Zeile zusammengestellt; die zur Schaufelkonstruktion erforderlichen Grössen enthält die Tabelle V. unter gleicher Bezeichnung.

Vergleicht man diese Resultate mit jenen unter A_4 auf Tabelle I., wo gleichfalls $m = 0.999$ zu Grunde liegt, so sind es insbesondere die Grössen R , n , a_1 und a_2 welche durch die Annahme von $\mu = \frac{5}{6}$ eine namhafte Aenderung erleiden.

Wäre z. B. die zu Gebote stehende Wassermenge $M = 4$ C. F. und das Gefälle $H = 64'$ so ergäben für $\mu = \frac{2}{3}$ die Formelreihe A_4 der Tab. I.

$$R = 0.628 \sqrt{\frac{4}{\sqrt{64}}} = 0.444' = 5''4'''$$

$$a_0 = a_1 = 0.080 \cdot 0.444 = 0.035' = 5.1'''$$

$$a_2 = 0.113 \cdot 0.444 = 0.050' = 7.2'''$$

$$n = 34.9 \frac{\sqrt{64}}{0.444} = 629$$

Es würde also nicht nur die Weite der Kanäle ziemlich klein ausfallen, sondern auch eine grosse Umgangszahl sich ergeben. Nach der Formelreihe A_2 auf Tabelle IV. erhält man dagegen:

$$R = 0.833 \sqrt{\frac{4}{\sqrt{64}}} = 0.589' = 7''2'''$$

$$a_0 = a_1 = 0.090 \cdot 0.589' = 0.053' = 7.6'''$$

$$a_2 = 0.126 \cdot 0.589 = 0.074 = 10.7'''$$

$$n = 35.2 \frac{\sqrt{64}}{0.589} = 478;$$

mithin sowohl grössere Kanalweiten als eine kleinere Umgangszahl.

Bei einem noch grösseren Gefälle liefern für eine kleinere Wassermenge selbst die Formeln A_2 unpraktische Resultate; und da es nicht wohl thunlich ist, mit dem Halbmesser der Turbine unter $\frac{1}{2}'$ herabzugehen, so würde die Anwendung der Rohrturbinen auf jene Fälle beschränkt bleiben, in welchen

$$R > 0.5'$$

oder nach A_2 (Tabelle IV.)

$$0.833 \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}} > 0.5$$

$$\frac{M}{\sqrt{H}} > 0.36 \text{ ist.}$$

Für jene Fälle, wo das Verhältniss $\frac{M}{\sqrt{H}}$ einen kleinern Werth erreicht, nimmt man zu einer eigenthümlichen Modifikation der Rohrturbine seine Zuflucht; man führt nämlich derselben das Aufschlagwasser statt durch alle im Leitrade angeordneten Kanäle bloss durch einen einzigen Leitkanal zu, welcher mit dem Einfallrohre in unmittelbarer Verbindung steht, so dass das Aufsatzgehäuse ganz wegfällt. Da hiebei das Abflussrohr keine Anwendung mehr finden kann, so stellt man, um das disponible Gefälle möglichst vollständig zu benützen, das Laufrad möglichst nahe über den Unterwasserspiegel, und nennt dann eine solche bloss theilweise beaufschlagte Turbine eine Partial-Turbine. Es unterliegt aber keinem Anstande, das Wasser dem Rade nöthigenfalls auch durch zwei oder mehrere entweder an einander anstossende oder im Kreise gleichförmig vertheilte Leitkanäle gleichzeitig zuzuführen, was insbesondere dann vom Nutzen ist, wenn die disponible Wassermenge sich oft ändert, weil man dann durch das Oeffnen oder Schliessen einiger solcher Leitkanäle den Betrieb der Turbine der Aufschlagwassermenge leicht anpassen kann.

Eine solche Turbine wird genau so wie eine für dieselbe Gefällshöhe bestimmte, aber mit einer n_0 -fachen Wassermenge zu beaufschlagende Rohrturbine konstruirt.

Da es bei derselben wie überhaupt bei hohem Gefälle von Wichtigkeit ist, die Pressung des Wassers an der Uebergangsstelle zwischen Lauf- und Leitrade möglichst herabzusetzen, so wird man $m=1$ setzen und daher α aus der Gleichung (111) durch probeweise Substitution bestimmen; der für α sich ergebende Werth in Bruchform lässt sich bei einer zu konstruierenden Partialturbine genau einhalten, wenn derselbe auch nicht genau das Verhältniss zwischen zwei ganzen Zahlen ausdrückt, weil α bei der Partialturbine nicht mehr das Verhältniss der Schaufelzahlen, sondern den reciproken Werth des Verhältnisses der Theilungen bedeutet.

Aus α berechnet man den theoretischen Werth von n_0 mittelst der Gleichung

$$n_0 v_0 = n_1 v_1 \alpha \quad \text{oder für } v_0 = v_1 \\ n_0 = \alpha v_1;$$

die übrigen Grössen findet man aus den allgemeinen Formeln, indem man darin $m=1$ setzt.

Sollte die Partialturbine einen 3' übersteigenden Durchmesser erhalten, so muss die Schaufelzahl n_1 grösser als 20 und v kleiner als $1/40$ genommen werden.

Der Werth von μ ist jedenfalls $= 5/6$ zu setzen, da man überhaupt Partialturbinen nur in jenen Fällen anwenden wird, wo die Annahme $\mu = 5/6$ statt $2/3$ allein nicht mehr ausreicht, den Halbmesser hinlänglich gross zu erhalten.

Die dritte Abtheilung der Tabelle IV. enthält die für verschiedene Werthe von n_1 und für $v_0 = v_1$ sich ergebenden Konstruktionsgrössen. Für die drei verschiedenen Werthe von n_1 und v_0 nämlich für

$$\begin{array}{ll} v = 1/40 & \text{und } n_1 = 20 \\ v = 1/50 & \text{„ } n_1 = 30 \\ v = 1/60 & \text{„ } n_1 = 40 \end{array}$$

ergibt sich bis auf 3 Stellen richtig $\alpha = 0.632$, indem die drei entsprechenden Werthe von α erst in der 4. Dezimalstelle differiren.

Die Grösse n_0 hat die erläuterte theoretische Bedeutung; es wird übrigens diese Grösse bei der Verzeichnung der Turbine nicht benöthigt. Es kommt nur noch zu beachten, dass, wie oben bemerkt, bei Anwendung eines Einlaufkanales statt der wahren Wassermenge M in den Formeln die Wassermenge

$M_1 = n_0 M$ und
allgemein bei Anwendung von x Einlaufkanälen eine Wassermenge

$$(155) \quad M_1 = \frac{n_0}{x} M$$

einzusetzen ist.

Auf Partialturbinen haben zwar allerdings die Gleichungen (40) oder (43) und (44) keine Anwendung, indem das Wasser nicht das ganze Laufrad, sondern immer nur einen Theil der Kanäle desselben durchströmt; es fallen dadurch zwei von den Bedingungsgleichungen zur Bestimmung der Konstruktionsgrößen weg, und es würden von den letztern selbst wieder zwei willkürlich werden. Allein einerseits sind die für Vollturbinen angegebenen Formeln auch für Partialturbinen theoretisch richtig anwendbar, und sie liefern andererseits auch praktisch wohl anwendbare Formen, wesshalb die Ableitung spezieller Formeln für Partialturbinen überflüssig erscheint. Es ist nur zu bemerken, dass der Querschnitt a_0 mittelst der Einlassschütze beliebig verändert werden kann, ohne dem Nutzeffekt Eintrag zu thun; bei geringerer Oeffnung wird das Wasser die Radkanäle nicht ganz ausfüllen, was hier wegen der im Laufrad überall herrschenden atmosphärischen Pressung nicht nothwendig ist. Eben desshalb kann auch die Verstärkung der Schaufeln an deren konvexen Seite wegfallen, da das Wasser sich nur längs der konkaven Schaufelwand hinbewegt.

Wäre z. B. gegeben

$$M = 1.5 \text{ Cub. Fuss und}$$

$$H = 80'$$

für diesen Fall ergibt die Formelreihe A_2 auf Tabelle IV. für den Halbmesser den Werth

$$R = 0.833 \sqrt{\frac{1.5}{\sqrt{80}}} = 0.34' = 4''$$

welcher auf bereits unpraktisch kleine Kanalweiten führt; überdiess erhält man die grosse Umgangszahl

$$n = 31.7 \frac{\sqrt{80}}{0.34} = 834$$

Wählt man daher für diesen Fall eine Partialturbine mit einem Einlaufkanal, für welche also $x = 1$ ist und reflektirt vorläufig auf die Formelreihe A_3 der Tabelle IV., so hat man in die Formeln statt $M = 1.5$ nach (155)

$$M_1 = \frac{n_0}{x} M = \frac{12.64}{1} \cdot 1.5 = 18.96 \text{ c}^1$$

einzusetzen. Aus der Formelreihe A_3 ergibt sich dann

$$R = 0.835 \sqrt{\frac{18.96}{\sqrt{80}}} = 1.217' = 1.22'$$

wofür rund

$$R = 15''$$

gesetzt wird. Man sieht, dass die Formelreihe A_3 für den vorliegenden Fall passend ist.

Hätte sich R grösser als 1.5 Fuss ergeben, so wäre die Formelreihe B_3 oder C_3 anzuwenden gewesen, welche beide eine grössere Anzahl Rad-schaufeln enthalten.

Man findet weiter aus der Formelreihe A_3

$$n = 31.7 \frac{\sqrt{80}}{1.22} = 232$$

$$a_0 = a_1 = 0.087 \cdot 1.25' = 1.31''$$

$$a_2 = 0.119 \cdot 1.25' = 1.79''$$

$$\beta_0 = 14^\circ 10', \beta_1 = 157^\circ 10', \beta_2 = 30^\circ 0'$$

Die Kanalweite $a_0 = 1.31''$ bedeutet hier die mittlere normale Weite des einen Einlaufkanales.

Die Tab. V. liefert auf der Zeile A_3 die zur Schaufelkonstruktion für diese Turbinen nöthigen Daten:

$$J_0 = 0.222 \cdot 1.25 = 0.278' = 3'' 4'''$$

$$J_1 = 0.153 \cdot 1.25 = 0.191' = 2'' 3\frac{1}{2}'''$$

$$J_2 = 0.153 \cdot 1.25' = 2'' 3\frac{1}{2}'''$$

$$\varrho = 0.204 \cdot 1.25 = 0.255' = 3'' 3\frac{3}{4}'''$$

$$A = 0.431 \cdot 1.25 = 0.539' = 6'' 5\frac{1}{2}'''$$

$$\sigma_1 = 0.289 \cdot 1.25 = 0.361' = 4'' 4'''$$

Ueber die Detail-Konstruktion einer Partial-Turbine soll hier noch einiges angeführt werden.

Weil es in den meisten Fällen bequem ist, wenn die Turbinenaxe eine horizontale Lage besitzt, theils wegen des leichteren Schmierens der Zapfen, theils wegen der bequemerer Uebertragung der Bewegung durch Stirnräder statt durch Winkelräder, so wird man das Laufrad vertikal aufstellen, und den einen Leitkanal auf der tiefsten Stelle des Laufrades nahe oberhalb des Unterwasserspiegels anbringen.

Die Schaufeln werden genau so verzeichnet, wie diess in §. 10 und 11 für gewöhnliche Fälle gezeigt wurde, und es ist nur zu berücksichtigen, dass hier

$$\mu = \frac{5}{6} \text{ ferner}$$

$$n_1 = 20 \text{ und}$$

$$n_0 = 12.64$$

ist, wornach die nöthigen Aenderungen im dortigen Verfahren sich von selbst ergeben. Fig. 15 zeigt die Schaufelung der für die obige Aufgabe berechneten Partialturbine in $\frac{2}{15}$ der Naturgrösse und aus den Fig. 37, 38 und 39 ist die Anordnung der ganzen Maschine in $\frac{1}{24}$ Naturgrösse ersichtlich.

Die vertikalen Wände des Leitkanales **a** werden mit den Wänden des Einfallrohres **b** tangential verbunden und bei der Feststellung des Durchmessers für das letztere so wie bei den Hochdruckturbinen eine Geschwindigkeit von 4 Fuss zu Grunde gelegt, wornach die Formel (154) für den Durchmesser **D** auch hier ihre Anwendung findet.

Um eine plötzliche Vergrösserung der Geschwindigkeit zu vermeiden, soll der rechteckige Querschnitt des horizontalen Einlaufrohres **a** Fig. 37 und 38 an der Stelle, wo dasselbe in das vertikale Einfallrohr **b** mündet, ebenso gross sein als der Querschnitt der Einfallröhren. Da nun die lichte Weite des Einfallrohres $= D$ ist, so ergibt sich die lichte Höhe **h** des Einlaufrohres an dessen Anschlussstellen an das Einfallrohr aus

$$Dh = \frac{D^2 \pi}{4}$$

$$(156) \quad h = \frac{D \pi}{4} = 0.785 D$$

Man lässt die Höhe des Einlaufkanales gegen das Laufrad hin von **h** bis auf **R** — μR allmählig abnehmen.

Für die oben beispielsweise berechnete Turbine ergibt sich:

$$D = 0.56 \sqrt{1.5} = 0.685' = 8''$$

$$h = 0.785 \cdot 8 = 6.28' = 6\frac{1}{4}''$$

Es genügt übrigens, wenn bloss der unterste Theil **mnpq** des Einlaufkanales die in Fig. 15 dargestellte Form und Stellung erhält; denn da der gekrümmte Theil des Einlaufkanales nicht wie bei gewöhnlichen Turbinen in der Entfernung $b = \frac{R}{2}$ begrenzt ist, sondern bis zum vertikalen Einfallrohr fortsetzt, so kann die Mittellinie dieses Kanales auch nach einem grössern Halbmesser als in Fig. 15 gekrümmt werden; nur ist auf gleichförmige Zunahme des Querschnittes gegen das Einfallrohr hin zu sehen.

Das Laufrad erhält Arme wie ein Getriebrad (Fig. 39), welche von der Nabe radial ausgehen und mit Rippen versehen sind.

Zum Reguliren der Zuflussmenge im Falle einer nothwendigen Retardirung des Ganges dient eine Drosselklappe, welche irgend wo bei **b** Fig. 37 im Einfallrohre angebracht ist.

Es muss noch hier bemerkt werden, dass bei allen Berechnungen der Hochdruckturbinen unter **H** nicht die wirkliche gemessene Gefällshöhe, sondern jener Theil derselben zu verstehen ist, welcher nach Abschlag aller aus der Zuleitung des Wassers zur Turbine entspringenden Widerstandshöhen für diese benützbar bleibt. Muss z. B. das Wasser durch eine längere Röhrenleitung zur Turbine geführt werden, so geht hiedurch ein Theil der wirksamen Höhe verloren und es kann nur der Rest bei

der Turbinenberechnung berücksichtigt werden. Letzterer Fall findet meistens bei grösseren Gefällen statt, während bei kleineren in der Regel die Zuleitungshindernisse gering sind und daher ganz vernachlässigt werden können.

Die Berechnung der Widerstandshöhen erfolgt nach der bekannten Formel für die Leitung des Wassers durch runde Röhren; es ist nämlich die fragliche Widerstandshöhe, durch welche der Gefällsverlust in Folge der Reibung an den Röhren gemessen wird, in Fussen

$$(157) \quad H_w = \frac{4L}{D} (\alpha u + \beta u^2)$$

Darin bedeutet:

L die Länge,

D den Durchmesser der Röhren,

u die Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren,

alle drei Grössen in Wiener Fussen.

$$\alpha = 0.0000173$$

$$\beta = 0.0001101$$

Besitzt z. B. die Röhrenleitung, in welcher das Aufschlagwasser bei einem Gefäll $H = 30$ Fuss mit einer Geschwindigkeit $u = 4$ Fuss der Turbine zugeführt wird, eine Länge $L = 150$ Fuss und einen Durchmesser $D = 9'' = \frac{3}{4}$ Fuss so ist die Widerstandshöhe:

$$H_w = \frac{4 \cdot 150}{\frac{3}{4}} (0.0000173 \cdot 4 + 0.0001101 \cdot 4^2)$$

$$H_w = 1.46'$$

Es darf daher nicht die ganze Gefällshöhe $H = 30$ sondern nur die um die Widerstandshöhe verminderte Höhe

$$H - H_w = 30 - 1.46 = 28.54'$$

in Rechnung gebracht werden.

§. 15.

Betrieb einer vorhandenen Turbine bei geänderter Wassermenge oder geändertem Gefälle.

Es tritt bisweilen der Fall ein, dass man eine vorhandene Turbine mit einer andern Wassermenge oder auf einem andern Gefälle arbeiten lassen will oder muss, als für welche dieselbe berechnet und gebaut wurde. Diess kann z. B. geschehen:

a) wenn eine vorhandene Turbine auf einem andern Gefälle aufge-

stellt werden soll, wo also durch sie eine andere Wasserkraft (Wassermenge und Gefälle) zu realisiren ist, oder

b) wenn ohne Aenderung des Gefälles (des Aufstellungsortes) die Turbine eine veränderliche Wassermenge aufzunehmen hat.

Soll bei einer derartig veränderten Wasserkraft die nach vorstehender Theorie konstruirte Turbine gleich gut entsprechen, so müssen im ersten Falle die Grössen **M** und **H** solche Werthe annehmen, dass sie in die entwickelten Formeln substituirt auf dieselben Konstruktionsgrössen führen, welche der gegebenen Turbine wirklich zukommen, oder es müssen im zweiten Falle gewisse Dimensionen der Turbine den neuern Werthen von **M** sich anpassen lassen, so dass dann die veränderte Turbine gleichfalls den oben aufgestellten Formeln entspricht. Diese beiden oben angedeuteten Fälle sollen hier näher betrachtet werden.

a) Im ersteren Falle muss jedesmal mit einer Aenderung des Gefälles **H** gleichzeitig eine Aenderung der Wassermenge **M** im Zusammenhange stehen.

Für **R** besteht nämlich allgemein die Gleichung (57)

$$R = f \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H}}};$$

für die Gefälle **H**₁ und **H**₂ und die Wassermenge **M**₁ und **M**₂ ergibt sich nach dieser Formel

$$R_1 = f \sqrt{\frac{M}{\sqrt{H_1}}} \text{ und}$$

$$R_2 = f \sqrt{\frac{M_2}{\sqrt{H_2}}}$$

Soll nun in beiden Fällen dieselbe Turbine gleich vortheilhaft arbeiten können, so muss wegen

$$R_1 = R_2$$

auch sein

$$\sqrt{\frac{M_2}{\sqrt{H_2}}} = \sqrt{\frac{M_1}{\sqrt{H_1}}} \text{ oder}$$

$$\frac{M_2}{\sqrt{H_2}} = \frac{M_1}{\sqrt{H_1}}$$

$$(158) \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{\sqrt{H_2}}{\sqrt{H_1}}$$

Es müssen also die Wassermengen sich wie die Quadratwurzeln aus den Gefällshöhen verhalten.

Wird also verlangt, dass eine und dieselbe Turbine auf einem 4, 9,

16... x^2 fachen Gefälle vortheilhaft arbeite, so muss ihr eine 2, 3, 4... x mal grössere Wassermenge als ursprünglich zugeführt werden.

Man darf aber hiebei nicht übersehen, dass bei geänderter Wasserkraft $= M H \gamma$ auch die Zahl n der Umdrehungen sich ändern müsse; denn vermöge (67) ist

$$n_1 = \frac{p \sqrt{H_1}}{R}$$

$$n_2 = \frac{p \sqrt{H_2}}{R} \text{ daher}$$

$$(159) \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{H_2}}{\sqrt{H_1}} = \frac{M_2}{M_1}$$

es ändern sich also auch die Umgangszahlen wie die Quadratwurzeln aus den Gefällshöhen oder wie die Wassermengen.

Die Geschwindigkeiten U_0 , U_2 und v , die vermöge (45), (46) und (56) bei demselben Turbinensysteme von H allein abhängen, werden dann von selbst die dem neuen Werthe von H entsprechende Grösse annehmen.

Es unterliegt demnach keinem Anstande, z. B. die im §. 11 berechnete Turbine, der

eine Wassermenge $M_1 = 10$ Kubikfuss

und ein Gefälle $H_1 = 9$ Fuss

zu Grunde liegt, auch mit einer Wasserkraft zu betreiben, bei welcher z. B. $H_2 = 36$ Fuss beträgt, nur muss dann

$$\frac{M_2}{10} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$$

sein, also die Menge des Aufschlagwassers auf

$$M_2 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ Kubikfuss}$$

vermehrt werden.

Die Zahl $n_1 = 94$ der Umgänge ändert sich sodann gleichfalls auf das Doppelte und es ist

$$n_2 = 2 \cdot 94 = 188$$

was bei der Transmission in der neuen Aufstellung nicht übersehen werden darf.

Es leuchtet jedoch ein, dass die nunmehr eine grössere Wasserkraft aufnehmende Turbinenspindel eine angemessene Verstärkung erhalten müsse, deren Grösse sich aus folgender Betrachtung ergibt.

Für die Dicke der Turbinenspindel hat man allgemein die Formel

$$d_1 = \sigma \sqrt[3]{\frac{N_1}{n_1}}$$

Darin bezeichnet:

d_1 die Spindeldicke in Wiener Linien,

σ einen konstanten Koeffizienten, welcher z. B. für Schmiedeisen $= 70$ angenommen werden kann,

N_1 die Zahl der durch die Spindel zu übertragenden Pferdekkräfte:

also wenn η den Nutzeffektkoeffizienten bedeutet,

$$N_1 = \frac{\eta M_1 H_1 \gamma}{424}$$

und

n_1 die Zahl der Umgänge pr. 1 Min. Man kann daher auch setzen

$$d_1 = \sigma \sqrt[3]{\frac{\eta M_1 H_1 \gamma}{424 n_1}}$$

und eben so auch für den zweiten Fall:

$$d_2 = \sigma \sqrt[3]{\frac{\eta M_2 H_2 \gamma}{424 n_2}}$$

Es ist daher

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{M_2 H_2 n_1}{M_1 H_1 n_2}}$$

Da nun vermöge (159)

$$M_2 n_1 = M_1 n_2$$

ist, so folgt:

$$(160) \quad \frac{d_2}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{H_2}{H_1}}$$

Die Spindeldicken verhalten sich also wie die Kubikwurzeln aus den Gefällshöhen; es ist daher

$$d_2 = d_1 \sqrt[3]{\frac{H_2}{H_1}}$$

und mit Beziehung auf den vorausgesetzten speziellen Fall

$$d_2 = d_1 \sqrt[3]{\frac{36}{9}} = d_1 \sqrt[3]{4} = 1.6 d_1$$

Die Spindel muss daher gegen die ursprüngliche um 60% stärker gehalten werden, eine Anforderung, welcher bei einer ursprünglich stark gehaltenen Nabe des Laufrades sehr leicht Genüge geleistet werden kann.

b) Bleibt die Gefällshöhe H dieselbe und ändert sich bloss die Wassermenge, so kann eine gegebene Turbine als Vollturbine nur dann mit einem Wirkungsgrade arbeiten, wenn gewisse Dimensionen der Turbine selbst entsprechend verändert werden.

Unter den Dimensionen einer vorhandenen Turbine lassen sich aber

nur entweder $\mathfrak{R} = \mu R$ oder R veränderlich einrichten: Man theilt nämlich den ringförmigen Raum, welcher die Leit- und Laufradkanäle enthält, durch eine cylindrische Scheidewand in zwei konzentrische Ringe; diese Ringe werden durch Deckel, welche man oben auf das Leitrad aufsetzt, verschlossen, und man kann nun, je nachdem bloss der innere oder bloss der äussere, oder aber beide Ringe zugleich geöffnet bleiben, drei verschiedene Wassermengen durch das Rad laufen lassen. Je nach der Menge des zuströmenden Wassers wird man also entweder den innern oder den äussern allein oder beide Ringe zugleich öffnen.

Bei diesem Vorgange werden verschiedenen Werthen von R und $\mathfrak{R} = \mu R$ auch verschiedene Werthe von M entsprechen. Sind nämlich:

1. beide Ringe geöffnet, so hat man es mit einer Turbine zu thun, bei welcher der äussere Halbmesser $= R$, der innere $\mathfrak{R} = \mu R$ und das Verhältniss zwischen beiden $= \mu$ ist.

2. Ist bloss der äussere Ring offen und bezeichnet $R_m = \mu_m R$ die Entfernung der mittlern Scheidewand von der Axe, so sind jene drei Grössen beziehungsweise R , R_m und μ_m

3. Ist bloss der innere Ring geöffnet, so verwandeln sich diese Grössen in

$$R_m, \mathfrak{R} \text{ und } \frac{\mathfrak{R}}{R_m} = \frac{\mu R}{\mu_m R} = \frac{\mu}{\mu_m}$$

In den zwei letzten Fällen, wo nur einer der beiden Ringe geöffnet ist, wird offenbar die von der Turbine aufgenommene Wassermenge eine wesentliche Verminderung erleiden.

Diess zieht eine Aenderung aller jener Grössen nach sich, welche von der Wassermenge M und der Verhältnisszahl μ abhängig sind, was namentlich von der Zahl n der Umgänge (64) gilt.

Ist bloss der äussere Ring geöffnet, so bleibt R ungeändert, und man hat bloss μ_m statt μ und M_1 statt M zu setzen. Dadurch übergeht die Gleichung (57) in

$$R = \frac{1}{\sqrt{[(1 + \mu_m) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu_m) \sqrt{2 m g}} \sqrt{\frac{M_1}{V H}}}$$

Da nun vermöge der ursprünglichen Einrichtung

$$R = \frac{1}{\sqrt{[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu) \sqrt{2 m g}} \sqrt{\frac{M}{V H}}}$$

ist, so folgt:

$$\frac{M}{[(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu)} = \frac{M_1}{[(1 + \mu_m) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu_m)}$$

Zur Bestimmung von μ aus vorstehender Gleichung erhält man der Reihe nach:

$$[(1 + \mu_m) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu_m) = \frac{M_1}{M} [(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - \nu_0 n_0] (1 - \mu)$$

$$\left(1 + \mu_m - \frac{\nu_0 n_0}{\pi \sin. \beta_0}\right) (1 - \mu_m) = \frac{M_1}{M} \left(1 + \mu - \frac{\nu_0 n_0}{\pi \sin. \beta_0}\right) (1 - \mu)$$

oder wenn man der Kürze halber

$$\frac{\nu_0 n_0}{\pi \sin. \beta_0} = A \text{ setzt,}$$

$$(1 + \mu_m - A) (1 - \mu_m) = \frac{M_1}{M} (1 + \mu - A) (1 - \mu)$$

$$1 - \mu_m^2 - A + A \mu_m = \frac{M_1}{M} (1 + \mu - A) (1 - \mu)$$

$$\mu_m^2 - A \mu_m = 1 - A - \frac{M_1}{M} (1 + \mu - A) (1 - \mu)$$

$$\mu_m = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4} + 1 - A - \frac{M_1}{M} (1 + \mu - A) (1 - \mu)}$$

$$(161) \quad \mu_m = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{A}{2}\right)^2 - \frac{M_1}{M} (1 + \mu - A) (1 - \mu)}$$

Diese Gleichung liefert den Werth von μ_m , welcher einer verlangten Verminderung der ursprünglichen Wassermenge von M auf M_1 entspricht.

Die Zahl n_1 der Umgänge des Laufrades beim geöffneten äusseren Ringe des Leitrades ergibt sich aus (67), wenn man dort μ_m stat μ einführt.

Es ist diesem nach

$$n_1 = \frac{19.1 \sqrt{2g[\xi + m(\alpha^2 - 1)]} \sqrt{H}}{(1 + \mu_m) R}$$

Da aber ursprünglich n aus

$$n = \frac{19.1 \sqrt{2g[\xi + m(\alpha^2 - 1)]} \sqrt{H}}{(1 + \mu) R}$$

berechnet wurde, so folgt:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{1 + \mu}{1 + \mu_m} \text{ daher}$$

$$(162) \quad n_1 = \left(\frac{1 + \mu}{1 + \mu_m} \right) n$$

Da $\mu_m > \mu$ ist, so ist der Koeffizient von n stets ein echter Bruch, woraus folgt, dass die bloss am äussern Ringe beaufschlagte Turbine langsamer umgehen müsse, als bei voller Beaufschlagung.

Ist bloss der innere Ring geöffnet, so wird durch denselben die Wassermenge

$$(163) \quad M_2 = M - M_1$$

durchfliessen können.

Die Umgangszahl n_2 findet man wieder aus (67), nur muss man hier

$$R_m = \mu_m R \text{ statt } R \text{ und}$$

$$\frac{\Re}{R_m} = \frac{\mu R}{\mu_m R} = \frac{\mu}{\mu_m} \text{ statt } \mu$$

eingeführen; man erhält daher

$$n_2 = \frac{19.1 \sqrt{2g[\zeta + m(\alpha^2 - 1)]} \sqrt{H}}{\left(1 + \frac{\mu}{\mu_m}\right) \mu_m R}$$

woraus folgt

$$\frac{n_2}{n} = \frac{(1 + \mu)}{\left(1 + \frac{\mu}{\mu_m}\right) \mu} = \frac{1 + \mu}{\mu_m + \mu}$$

$$(164) \quad n_2 = \left(\frac{1 + \mu}{\mu_m + \mu}\right) n$$

Da nun $\mu_m < 1$, so ist

$$\mu + \mu_m < 1 + \mu;$$

der Koeffizient von n ist also ein unechter Bruch, woraus hervorgeht, dass bei Beaufschlagung des innern Ringes die Turbine schneller umgehen müsse.

Ein Beispiel wird das Gesagte erläutern:

Die herzustellende Turbine soll eine solche Einrichtung erhalten, dass sie auch bei $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der ganzen Wassermenge M normal arbeite; es wird also die ringförmige Scheidewand in solcher Entfernung von der Axe angebracht werden müssen, dass durch den innern Ring allein $\frac{1}{3}$, durch den äussern allein $\frac{2}{3}$ der Wassermenge M laufen könne.

Es ist daher

$$M_1 = \frac{2}{3} M \text{ und}$$

$$M_2 = \frac{1}{3} M$$

Legt man hier das Turbinensystem B_1 Tab. I. zu Grunde, welches nach unseren Erörterungen für die gewöhnlichen Fälle als das brauchbarste sich ergeben hat, so ist vermöge (161) wegen

$$\mu = \frac{2}{3}, \nu_0 = \frac{1}{40}, n_0 = 12 \text{ und } \sin. \beta_0 = \sin. 14^\circ 10' = 0.245:$$

$$A = \frac{v_0 n_0}{\pi \sin. \beta_0} = \frac{12}{40 \cdot 3 \cdot 142 \cdot 0 \cdot 245} = 0 \cdot 390$$

$$\mu_m = 0 \cdot 195 \pm \sqrt{(1 - 0 \cdot 195)^2 - \frac{2}{3} (\frac{5}{3} - 0 \cdot 390) \frac{1}{3}}$$

$$\mu_m = 0 \cdot 195 \pm 0 \cdot 603$$

und weil μ_m stets positiv sein muss,

$$(165) \quad \mu_m = 0 \cdot 798 \text{ rund } 0 \cdot 8$$

Es wird also die cylindrische Scheidewand, um obiger Aufgabe zu entsprechen, in einem Abstände von der Umdrehungsaxe anzubringen sein, der sich aus

$$R_m = \mu_m R = 0 \cdot 80 R$$

ergibt, also 80% des Halbmessers R_m ausmacht. Da nun der mittlere Halbmesser

$$r = \frac{5}{6} R = 0 \cdot 833 R$$

ist, so folgt, dass die mittlere Scheidewand sehr nahe die Radschaufeln ihrer Breite nach halbire.

Ist der äussere Ring offen, so muss die Turbine bei normalem Gange vermöge (162)

$$(166) \quad n_1 = \left(\frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + 0 \cdot 8} \right) n = 0 \cdot 92 n$$

Umgänge pr. 1 Min. verrichten, also etwa um 8% langsamer als bei voller Beaufschlagung umlaufen.

Ist der innere Ring allein geöffnet, so ergibt sich die Zahl der Umgänge aus (164)

$$(167) \quad n_2 = \left(\frac{1 + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 0 \cdot 8} \right) n = 1 \cdot 14 n;$$

die Turbine muss also in diesem Falle (um 14%) schneller umlaufen als beim Vollgange.

Wendet man diese Resultate auf den im §. 12 durchgeführten speziellen Fall an, in welchem

$$M = 10c' \text{ und}$$

$$H = 9 \text{ Fuss}$$

angenommen und wofür die Zahl der Umgänge bei normalem Gange $n = 94$ gefunden wurde, so wird man, je nachdem die zufließende Wassermenge einer der drei Grössen:

$$M = 10c'$$

$$M_1 = \frac{2}{3} M = \frac{2}{3} \cdot 10 = 6\frac{2}{3}c'$$

$$M_2 = \frac{1}{3} M = \frac{1}{3} \cdot 10 = 3\frac{1}{3}c'$$

sich nähert, entweder beide Ringe, oder nur den äusseren, oder nur den innern Ring öffnen und dabei das Laufrad beziehungsweise mit

$$n = 94$$

$$n_1 = 0 \cdot 92 n = 86$$

$$n_2 = 1 \cdot 14 n = 107$$

Umgängen arbeiten lassen, vorausgesetzt, dass die Arbeitsmaschine eine solche Geschwindigkeitsänderung verträgt, oder dass die Transmission auf eine leichte Weise sich umändern lässt.

Bei diesen Berechnungen hat man der Einfachheit wegen die Dicke der Scheidewand ausser Acht gelassen; man kann indessen die Mitte der Scheidewand in der berechneten Entfernung $\mu_m R$ von der Axe annehmen, aus diesem Punkte nach beiden Seiten deren halbe Dicke auftragen und den Schaufelraum um die gleiche Grösse nach Aussen und Innen vergrössern, ohne dass die Turbine in dieser ihrer Ausführung merklich von der Berechnung abweichen wird. Die Scheidewand erhält übrigens dieselbe Dicke, wie die Leit- und Radschaufeln (77).

Wollte man eine Turbine für noch grössere Aenderungen in den Wassermengen konstruiren, so müsste man deren Kanalring statt durch zwei vielmehr durch drei Scheidewände, und war in der Art vertheilen, dass

durch den innern Ring **a**: $\frac{1}{7}$
 „ „ mittlern „ **b**: $\frac{2}{7}$
 und „ „ äussern „ **c**: $\frac{4}{7}$
 der grössten Wassermenge durchfliesse.

Es ergeben sich dann der Reihe nach folgende Kombinationen:

durch	a	fliesst	$\frac{1}{7}$	der Wassermenge
„	b	„	$\frac{2}{7}$	„
„	a + b	„	$\frac{3}{7}$	„
„	c	„	$\frac{4}{7}$	„
„	a + c	„	$\frac{5}{7}$	„
„	c + b	„	$\frac{6}{7}$	„
„	a + b + c	„	$\frac{7}{7}$	„

Durch diese Einrichtung ist man im Stande, bei jedem Wechsel in der Wassermenge bloss um Ein Siebentel dieselbe schon auf den normalen Gang zuzustellen.

Man kann zwar durch das partielle Schliessen der Drosselklappe der Turbine eine kleinere Wassermenge zuführen, als mit welcher sie beim Vollgange arbeitet; allein dieses Regulierungsmittel hat stets einen empfindlichen Verlust an Nutzeffekt zur Folge, weil die durch das Zudrehen der Drosselklappe hervorgebrachte Verminderung der Wassermenge stets mit einer entsprechenden Abnahme der wirksamen Gefällshöhe **H** in Verbindung steht. Letztere wird nämlich durch die in der verengten Durchflussöffnung auftretenden Reibungswiderstände und Wasserwirbel zum Theil nutzlos aufgezehrt, und es verhält sich dann die Sache gerade so, als wenn die Turbine nicht bloss mit einer kleinen Wassermenge, sondern auch unter einer kleinern Druckhöhe als der gegebenen beaufschlagt würde. —

Es könnte scheinen, als ob eine theilweise Beaufschlagung der Turbine auch dann anwendbar sei, wenn das Gefälle allein sich ändert, wie diess z. B. bei einem sehr veränderlichen Unterwasserspiegel eintritt. Vergrössert sich z. B. das Gefälle, während die Wassermenge die gleiche bleibt, so wird die Geschwindigkeit des durch die Turbine strömenden Wassers grösser. Soll nun die Wassermenge dieselbe bleiben, so liesse sich diess dadurch erzielen, dass man den Durchfluss-Querschnitt verkleinert, also einen der beiden Ringe abschliesst.

Eine nähere Untersuchung zeigt jedoch, dass erst bei einer bedeutenden Gefällsvermehrung der Querschnitt z. B. bis auf $\frac{2}{3}$ verkleinert, also der innere Ring verschlossen werden könnte. Vermindert man nämlich den ringförmigen Querschnitt auf $\frac{2}{3}$ seines ursprünglichen Werthes, so müsste die neue Eintrittsgeschwindigkeit U'_0 bei unveränderter Wassermenge $\frac{3}{2}$ mal so gross werden als U_0 , also

$U'_0 = \frac{3}{2} U_0$
werden. Bezeichnet man die neue Gefällshöhe mit H^1 , so müsste demnach wegen (45)

$$\begin{aligned} \sqrt{2mgH^1} &= \frac{3}{2} \sqrt{2mgH} \\ H^1 &= \frac{9}{4} H = 2.25 H \end{aligned}$$

sein; d. h. die neue Gefällshöhe müsste auf mehr als das Doppelte steigen, bevor man die Turbine bei geschlossenem innern Ringe mit gleicher Wassermenge arbeiten lassen könnte; noch weit bedeutender würde diese Vergrösserung der Gefällshöhe bei geschlossenem äussern Ringe ausfallen.

Da in der Praxis Gefällsänderungen, die mehr als $\frac{1}{3}$ der ganzen Gefällshöhe betragen, kaum vorkommen dürften, so ist für diese Fälle die Verschliessung eines der Ringe zur Erzielung eines normalen Ganges nicht anwendbar.

Das dem jedesmaligen Wasserzuflusse entsprechende Schliessen des äussern oder des innern Ringes wird gewöhnlich mittelst Deckeln bewerkstelligt, welche an der Eintrittsseite der Leitkanäle auf diese aufgelegt werden. Diese Einrichtung hat das Unbequeme, dass man jedesmal, so oft ein Auflegen oder Abnehmen der Deckel vorgenommen werden soll, die Turbine durch einige Zeit ausser Umtrieb setzen muss, um durch das zu öffnende Mannsloch zu den Deckeln zu gelangen.

Die zahlreichen Vorschläge, diesem Uebelstande abzuhelpen, gehen alle dahin aus, das Handhaben der Deckel entweder einzeln oder im Ganzen von Aussen zu bewerkstelligen, ohne dass man genöthigt ist, die Turbine einzustellen; allein keine dieser Vorrichtungen hat bisher eine allgemeine Anwendung gefunden, weil keine als genug einfach anerkannt werden kann.

Nachstehende in den Fig. 40 bis 43 dargestellte Vorrichtung dürfte den gestellten Anforderungen besser entsprechen als die bisherigen.

Das Eigenthümliche derselben besteht darin, dass das Wasser aus dem Einfallrohr dem Aufsatzgehäuse durch zwei abgesonderte Hälse **a** und **b** zugeführt wird, und dass der innere Raum des genannten Gehäuses durch einen an die verlängerte Scheidewand **d** des Leitrades angegossenen Ring **c** in zwei isolirte Kammern abgetheilt ist. Jeder der beiden Hälse **a** und **b** lässt sich durch Schubert **e** und **f**, welche in einem besondern Gehäuse **H** angebracht sind, öffnen oder schliessen. Die Schubertstangen gehen durch Stopfbüchsen und endigen oben in Zahnstangen, welche mittelst kleiner Getriebe durch Handrädchen sich handhaben lassen.

Zum wasserdichten Abschluss zwischen der Ringscheibe **c** und der Wand des Aufsatzes **B** dienen Lederstulpen, welche durch starke Blechringe an die Scheibe **c** beiderseits angedrückt sind.

Das Schubergehäuse steht mit den Einfallröhren durch den Hals **h** in unmittelbarer Verbindung.

Der innere Ring **l** des Leitrades ist gleichfalls nach oben verlängert, und endigt in einem nach innen gekehrten Kranz **g**, auf welchem der Schlussring **i** aufliegt.

§. 16.

Versuche mit den nach der neuen Theorie konstruirten Turbinen.

Zur Ermittlung des Werthes für den hydraulischen Wirkungsgrad ξ so wie zur Prüfung der im Vorstehenden entwickelten Theorie wurden mit mehreren darnach konstruirten Turbinen Versuche auf den Eisenwerken zu Blansko und Mariazell abgeführt.

Für die von mir auf dem fürstlich Salm'schen Eisenwerke zu Blansko abgeführten Versuche stand eine Wasserkraft zur Verfügung, bei welcher die Gefällshöhe **H** ungefähr 6 Fuss, und die Wassermenge **M** gegen 5—8 Kubikfuss betrug. Ausserdem sollte dabei ein vorhandenes Turbinengehäuse verwendet werden, in welchem ein Laufrad von 26" innern Durchmesser Platz hatte. Zu den Versuchen wurden nachstehende drei Turbinen-Varietäten der Tabelle I. ausgewählt:

1. A_1 mit $n_0 = 12$, $n_1 = 24$ und $m = 0.723$
2. A_2 „ $n_0 = 12$, $n_1 = 24$ „ $m = 0.293$
3. D_2 „ $n_0 = 12$, $n_1 = 12$ „ $m = 0.227$

Unter diesen drei Turbinen bietet die zuerst angeführte aus dem Grunde ein besonderes Interesse, weil das Wasser darin vorzugsweise durch Aktion wirkt, also mit nur geringem Seitendruck eintritt: die Turbine **D₂**

weicht von der üblichen Konstruktion dadurch wesentlich ab, dass die Zahl der Schaufeln des Leit- und Laufrades gleich gross ist.

Der Wahl dieser Turbinenvarietäten lag noch die in der ersten Auflage durchgeführte Theorie zu Grunde, welche indessen nur in ihrer Entwicklung, nicht aber in den Resultaten von der gegenwärtigen Theorie wesentlich abweicht.

Die wichtigsten Konstruktions- und Betriebsverhältnisse der drei Versuchsturbinen sind in der nachstehenden Tabelle VI. übersichtlich zusammengestellt.

Tabelle VI.

Uebersicht der wichtigeren Konstruktionsgrössen der drei Versuchs-Turbinen.
 $\mu = \frac{2}{3}$ $R = 1'1''$ $H = 6'$ Wiener Mass.

Nr.		α	n_0	n_1	m	Winkel			M	n	Kanalweiten		
						β_0	β_1	β_2			a_0	a_1	a_2
						Grade			Kub. Fuss	Zahl	Linien		
A_1	Nach der Theorie .					$14^040'$	$149^010'$	$26^010'$	6.58	93	$15.5'''$	13.5	11
	Nach der Ausführung	$\frac{1}{2}$	12	24	0.723	12^0	151^0	26^0			15	13	13
A_2	Nach der Theorie .					$18^00'$	$38^00'$	$17^00'$	5.37	148	17	17	6
	Nach der Ausführung	$\frac{1}{2}$	12	24	0.293	17^0	36^0	16^0			17	16	6
D_2	Nach der Theorie .					$24^040'$	$24^040'$	$14^030'$	6.78	177	24.5	24.5	13
	Nach der Ausführung	1	12	24	0.227	22^0	25^0	15^0			24	22	13

Die Grössen β_0 β_1 und β_2 sind aus der Tabelle I. unmittelbar entlehnt.

Die Wassermenge M , welche jede der drei Versuchsturbinen mit dem im Voraus festgestellten Halbmesser

$$R = \frac{26''}{2} = 13'' = 1.083'$$

und unter der Gefällshöhe

$$H = 6 \text{ Fuss}$$

beim normalen Gange durchzulassen im Stande ist, findet man aus (66)

$$M = \frac{R^2 \sqrt{H}}{f^2}$$

wenn man den Werth von f aus der Tabelle I entnimmt, in welcher derselbe für jede dieser drei Turbinen bereits berechnet vorkommt.

Zur Berechnung der Umdrehungszahlen n dient die Formel (67), in welche man für p die in der Tabelle I dafür bereits berechneten Werthe zu substituiren hat.

Die Querschnitte der Kanäle ergeben sich aus den Formeln (75), wenn man darin für q_1 und q_2 die in der Tabelle I berechneten Werthe einführt.

Die nach diesen Daten angeführten drei Räderpaare weichen in Folge unvermeidlicher Form- und Gussfehler in der Grösse der Schaufelwinkel und daher auch in den Querschnitten der Leit- und Laufradkanäle vom Entwurfe etwas ab; die erhobenen Differenzen sind jedoch nur unbedeutend und daher ohne Belang ausgefallen, wie diess aus der obigen Tabelle VI. entnommen werden kann, in welcher durch die untergestellten Zahlen die wirklichen Konstruktionsverhältnisse der drei Turbinen nach ihrer Ausführung ersichtlich gemacht sind.

Die Leiträder der Versuchsturbinen hatten nicht gleiche Höhe mit den Laufrädern, wie es die Formel (80) verlangt, sondern es war

$$b_0 = 6\frac{5}{8}'' \text{ und } b_1 = 6''$$

daher die Differenz nur eine geringe.

Bei diesen drei Versuchsturbinen hatten die Schaufeln noch durchaus eine gleiche Dicke; es fehlte daher jene Verstärkung und Ausbauchung an der konvexen Seite derselben, durch welche ein allmäliger Uebergang der Kanalweiten in einander vermittelt wird.

Die Aufstellung der Versuchsturbinen ist in Fig. 44, 45 und 46 näher dargestellt. Zwei Vorrichtungen müssen daran besonders erläutert werden, und zwar:

1. die Vorrichtung zum Messen der rohen Wasserkraft, d. i. der jedesmaligen Wassermenge und des Gefälles, und
2. die Vorrichtung zur Bestimmung des von der Turbine geleisteten Nutzeffektes.

Zu 1. Zur Bestimmung der Wassermenge diente ein 149.3 Kubikfuss haltender flacher Wasserkasten **A**, Fig. 44, welcher unterhalb der Turbine über den Abflussgraben aufgestellt war und bei jedem Versuche mit dem von der Turbine abfliessenden Wasser gefüllt werden konnte. Um das Wasser nach Belieben in diesen Kasten einzuschlagen, dient die Klappe **a**, welche auf ein gegebenes Zeichen schnell herabgelassen wird. Das Wasser, welches sonst aus dem Unterkasten **B** über die Schwelle **b** durch die geöffnete Klappenöffnung **D** in den Graben fällt und unterhalb des Kastens **A** wegfliesst, gelangt nach dem Herablassen der Klappe **a** über dieselbe in den Wasserkasten **A**, und man hat blos nothwendig die

Zahl t der Sekunden zu beobachten, welche bis zum gänzlichen Füllen des Wasserkastens A oder bis zur Füllung desselben auf die Höhe B (Fusse) verlaufen, um die pr. 1 Sec. zufließende Wassermenge zu bestimmen; es ist nämlich

$$M = \frac{A B}{t}$$

wenn A die Bodenfläche des Wasserkastens in Quadrat-Fussen bezeichnet.

Da diese Zeit bei den abgeführten Versuchen wenigstens 25. Sec. betrug, so liess die Wassermessung einen hohen Grad von Genauigkeit zu, die sonst bei andern Messmethoden kaum erreichbar ist.

Die jedesmalige Gefällshöhe wurde mittelst der stellbaren Latte L gemessen; zu diesem Ende liess man das untere Ende der Latte auf dem Unterwasserspiegel einspielen und mass hierauf den Abstand des Oberwasserspiegels von einem rechtwinklig auf die Latte L in 7' Abstand vom untern Ende befestigten Bleche l . Letzteres Mass von 7 Fuss abgezogen gibt die reine Gefällshöhe H .

Die Messlatte L wurde auch dazu benützt, um die Höhe des Unterwasserspiegels über die Ueberfallsschwelle b , also die Ueberfallshöhe h , bei jeder direkten Wassermessung zu bestimmen.

Die hieraus und aus der Ueberfallsbreite $b = 5'7'' = 5.6'$ berechnete Wassermenge mit der direkt gemessenen verglichen, macht es möglich, den richtigen Ueberfalls-Koeffizienten für ähnliche Fälle festzusetzen.

Zu 2. Zur Bestimmung des von der Turbine geleisteten Nutzeffektes diente ein Bremsdynamometer mit konstantem Drucke von der in Fig. 46 dargestellten Einrichtung. Derselbe unterscheidet sich von einem gewöhnlichen Prony'schen Zaume wesentlich dadurch, dass die beiden Druckschrauben s nicht unmittelbar auf die Bremsbacken d , sondern auf die Enden zweier Latten m wirken, welche die Bremsbacken umfassen, und vermöge ihrer Elastizität auf letztere durch längere Zeit einen konstanten Druck ausüben, während sonst die Backen sich schnell auslaufen und dadurch einen ungleichförmigen beschleunigten Gang der Turbine veranlassen.

Die um den einen Arm des Dynamometers geschlungene Schnur n geht horizontal über eine Rolle r und trägt auf ihrem vertikal herabhängenden Ende eine Wagschale w , Fig. 45, zum Auflegen der Bremsgewichte, die der jedesmaligen Reibung das Gleichgewicht halten und mit dem Gewichte der Wagschale zusammen genommen die Grösse des Reibungswiderstandes angeben.

Zur Berechnung des Wirkungsgrades der Turbine dient dann die auf nachstehende Art entwickelte Formel:

Bezeichnet:

Q den Reibungswiderstand in Pfunden, wie solchen die auf die Schnur aufgehängten Gewichte im Ganzen angeben, ferner

r den Halbmesser der Bremsscheibe und

L die Länge des Kraftarmes des Zaumes vom Mittelpunkte der Bremsscheibe senkrecht auf die Schnur **n** gemessen, so ist:

QL der Reibungswiderstand in dem Abstände $= l$ von der Umdrehungsaxe (statisches Moment) und daher

P $= \frac{QL}{r}$ der Reibungswiderstand auf der Peripherie der Bremsscheibe.

Bezeichnet ferner:

N die Anzahl der Umgänge der Bremsscheibe, beziehungsweise der Turbinenaxe pr. 1 Min., und

C die Geschwindigkeit an der Peripherie der Bremsscheibe, so ist:

$$C = \frac{2 r \pi N}{60} = 0.105 N r$$

Es ist daher der Nutzeffekt der Turbine

$$e = P C = \frac{Q L}{r} \cdot 0.105 N r$$

$$(168) \quad e = 0.105 Q L N \text{ Fuss Pfd.};$$

Ferner der Effekt **E** der rohen Wasserkraft:

$$(169) \quad E = 56.4 M H$$

Daher der mechanische Wirkungsgrad

$$(170) \quad \eta = \frac{e}{E} = \frac{0.105 Q L N}{56.4 M H} = \frac{0.00186 Q L N}{M H}$$

Führt man nun in diese Formel den Werth

$$L = 4'10\frac{1}{2}'' = 4.87 \text{ Fuss}$$

ein, so erhält man für den Wirkungsgrad bei den abgeführten Versuchen die spezielle Formel:

$$(171) \quad \eta = \frac{0.00906 Q N}{M H}$$

Um daher den Wirkungsgrad η zu finden, hat man die vier Grössen **Q**, **N**, **H** und **M** Fall für Fall zu erheben und deren Werthe in die obige Formel zu substituiren. Dabei mag nochmals bemerkt werden, dass unter **Q** nicht das auf die Wagschale aufgelegte Gewicht allein, sondern letzteres mit Inbegriff des Gewichtes der Wagschale zu verstehen ist, welche bei den abgeführten Versuchen stets 2.2 Pfund gewogen hat.

Mit jeder der drei Turbinen wurden drei Reihen von Versuchen abgeführt:

bei der ersten Reihe standen nämlich alle Leitkanäle offen;
 bei der zweiten waren drei Leitkanäle geschlossen, also nur 9 offen;
 bei der dritten endlich waren 6 oder die Hälfte der Leitkanäle geschlossen und daher nur 6 offen.

Jede Versuchsreihe begann mit einer sehr geringen Belastung des Dynamometers, oder wohl gar mit einem Leergange der Turbine, und es wurde hierauf die Belastung der Schale nach und nach vermehrt, gleichzeitig aber auch die Spannung der beiden Dynamometerarme gegen die Bremsbacken mittelst der Druckschrauben so lange gesteigert, bis sich der Beharrungszustand einstellte, bei welchem sodann die zur Berechnung des Wirkungsgrades nach dem Vorausgeschickten erforderlichen vier Grössen **Q**, **N**, **H** und **M** erhoben wurden. Man stieg mit der Belastung des Dynamometers oder mit der Steigerung des Reibungswiderstandes so lange, bis die Zahl der Umgänge bereits bedeutend herabgegangen war und eine ansehnliche Abnahme des Wirkungsgrades ausser Zweifel stand. Man war dann der Ueberzeugung, dass unter den Versuchsfällen jeder Reihe ein solcher vorkommen müsse, bei welchem der Wirkungsgrad dem erreichbaren Maximum zunächst liegt.

Auf diese Weise wurde eine grosse Anzahl von Versuchen durchgeführt, deren Resultate die folgende Tabelle VII. auszugsweise enthält.

In dieser Tabelle sind jedoch unter den Rubriken **N**, **M** und **H** nicht die Beobachtungsergebnisse selbst eingetragen, sondern man hat, um die unvermeidlichen Beobachtungsfehler zu eliminieren, die wirklich erhobenen Grössen vorher auf nachstehende Weise einer Korrektur unterzogen.

Man konstruirte nämlich zu jeder Versuchsreihe für jede der drei Grössen **N**, **M** und **H** ein Diagramm, worin die Belastungsgewichte **Q** als Abszissen, die für **N**, **M** und **H** beobachteten Werthe aber als Ordinaten aufgetragen wurden. Sodann verzeichnete man statt der erhaltenen meist gebrochenen Verbindungslinie zwischen den sich ergebenden Punkten eine solche, welche die Unregelmässigkeit der letzteren ausgleicht und die Ordinaten dieser neuen Linien, d. h. die korrigirten Werthe von **N**, **M** und **H** sind es, welche in der vorstehenden Tabelle statt den beobachteten Grössen eingetragen erscheinen. Mit Hilfe dieser Grössen wurden nach Formel (171) die Wirkungsgrade η berechnet. Diese Methode muss, da sich die Korrektur schon auf die einzelnen Beobachtungs-Elemente erstreckt, der Wahrheit am nächsten kommende, oder wenigstens richtigere Werthe für η liefern, als wenn man bloss für die Wirkungsgrade η selbst Diagramme verzeichnet hätte.

Reactionsturbine A₂.

[illegible]

Reactionsturbinen D₂.

[illegible]

Für die Zahl N der Umgänge ergeben sich bei dieser Verzeichnung sehr flache Kurven, die als Kreisbögen angesehen werden können; diess gilt jedoch nur für jene Fälle, wo alle 12 Leitkanäle geöffnet sind, in den andern Fällen dagegen, so wie für die Grössen M und H wird das Gesetz der Änderung durch Geraden mit ausreichender Genauigkeit charakterisirt.

Dieser Korrektur wurde aus mehreren nur wenig differirenden Versuchsreihen diejenige unterzogen, bei welcher die Versuchsdaten schon an und für sich eine genügende Regelmässigkeit wahrnehmen liessen.

Aus der vorstehenden Tabelle lassen sich nun folgende Schlüsse ziehen:

1. Beim Vollgang erreichte den höchsten Wirkungsgrad η die Turbine:

A_1 bei 99 Umgängen und es ist $\eta = 0.673$

A_2 „ 135 „ „ „ „ $\eta = 0.697$

D_2 „ 151 „ „ „ „ $\eta = 0.632$

Die beiden Turbinen A_1 und A_2 arbeiten daher mit einem nahe gleichen Wirkungsgrade, der aber höher steht als jener der Turbine D_2 .

Das letzte Resultat dürfte darin seine Erklärung finden, dass bei der Turbine D_2 die absolute Zahl der Schaufeln des Leit- und Laufrades $n_0 = n_1 = 12$ zu gering war, so dass die Wassertheilchen beim Durchgange durch das Laufrad nicht mit der vorausgesetzten Regelmässigkeit sich bewegen konnten. Es wäre daher besser gewesen, bei dieser Turbine wenigstens $n_0 = n_1 = 18$ zu setzen, um eine Gleichheit der Verhältnisse zwischen den verglichenen Turbinen herzustellen.

Aus den Versuchsdaten selbst, ohne vorher gegangene Korrektur derselben, berechnen sich die höchsten Wirkungsgrade wie folgt:

A_1 bei 100 Umgängen und es ist $\eta = 0.70$

A_2 „ 136 „ „ „ „ $\eta = 0.72$

D_2 „ 147 „ „ „ „ $\eta = 0.62$

2. In dem Grade, als die Zahl der offenen Leitkanäle sich vermindert, sinkt auch der Wirkungsgrad der Turbine. Bei 9 offenen Leitschaufeln ergibt sich der höchste Wirkungsgrad

für A_1 bei 107 Umgängen und es ist $\eta = 0.64$

„ A_2 „ 125 „ „ „ „ $\eta = 0.52$

„ D_2 „ 130 „ „ „ „ $\eta = 0.62$

Es hatte daher das Schliessen des vierten Theiles der Leitkanäle den geringsten Einfluss auf den Wirkungsgrad bei der Turbine D_2 ; grösser war dieser Einfluss bei der Turbine A_1 , am grössten aber bei der Turbine A_2 , bei welcher der Nutzeffekt um 18% herabging.

Beim Schliessen der halben Zahl der Leitkanäle, also bei nur 6 offenen Leitschaufeln erreicht der Wirkungsgrad seinen höchsten Werth

bei A_1 mit 80 Umgängen und es ist $\eta = 0.54$

„ A_2 „ 106 „ „ „ „ $\eta = 0.49$

„ D_2 „ 125 „ „ „ „ $\eta = 0.53$

Es hat also abermals die Turbine D_2 durch den Abschluss der Leitkanäle auf die Hälfte am wenigsten an Wirkungsgrad verloren, sodann kommt A_1 und endlich A_2 .

3. Bei den 9 Versuchsreihen betrug der Spielraum zwischen Leit- und Laufrad 3—4 Linien; um zu ermitteln, welchen Einfluss eine Vergrößerung dieses Spielraumes auf den Wirkungsgrad der Turbine ausübe, wurde bei der Turbine A_1 dieser Abstand von 3 auf 13 Linien vergrößert und sodann bei dieser Zustellung eine Wiederholung der drei Versuchsreihen, vorgenommen, wobei im Ganzen 32 Versuche zur Durchführung kamen. Das Resultat derselben war, dass der höchste Wirkungsgrad bedeutend kleiner ausfiel und dieser bei nachfolgenden Umgangszahlen erreicht wurde.

bei 12 offenen Leitkanälen $\eta = 0.60$ bei $n = 100$

„ 9 „ „ „ $\eta = 0.56$ „ $n = 94$

„ 6 „ „ „ $\eta = 0.47$ „ $n = 80$.

Bei Erweiterung des gedachten Spielraumes entspricht also der höchste Wirkungsgrad beinahe derselben Anzahl der Umgänge, wie bei der ursprünglichen Zustellung; er sinkt jedoch und zwar:

bei der vollen Beaufschlagung um 7%

„ $\frac{3}{4}$ „ „ 8%

„ $\frac{1}{2}$ „ „ 7%

Hieraus ist zu ersehen, wie wichtig es sei, die Turbine auf den möglichst kleinen Spielraum zuzustellen.

4. Der höchste Wirkungsgrad nimmt nur wenig ab, so lange die Zahl n der Umgänge beim Vollgange sich nicht bedeutend ändert. Beträgt diese Änderung $n - N = 10$ Umgänge mehr oder weniger als beim normalen Gange, so sinkt der Wirkungsgrad

bei A_1 um 1—2%

„ A_2 „ 0.4%

„ D_2 „ 0.3%

Bei der am langsamsten umlaufenden Turbine A_1 ist daher die durch eine Vermehrung oder Verminderung der Umgänge veranlasste Änderung des Wirkungsgrades am grössten.

5. Es ist eigenthümlich, dass die Zahl der Umgänge, bei welcher eine Turbine am besten arbeitet, bei theilweisem Schliessen der Leitkanäle sich nicht gleich bleibt, sondern dass sie meistens in derselben Masse kleiner wird, als man die Leitkanäle schliesst.

6. Die Zahl der Umgänge für den Leergang erreicht nicht

ganz das Doppelte von jener Umgangszeit, bei welcher die Turbine mit dem höchsten Wirkungsgrade umgeht. Diese Umgangszeiten stehen zu den normalen in nachstehendem Verhältnisse:

bei A_1	160 : 99	oder	1.61 : 1
„ A_2	242 : 135	„	1.79 : 1
„ D_2	268 : 151	„	1.77 : 1

7. Die Turbine A_1 konsumirt bei gleichem Gefälle um so mehr Wasser, je langsamer sie umgeht, der Unterschied ist jedoch nur unbedeutend. Bei den beiden andern Turbinen hatte die Umgangsgeschwindigkeit auf den Wasserverbrauch fast keinen Einfluss; die geringen Differenzen in der beobachteten Wassermenge lassen sich durch die Schwierigkeit erklären, die Füllungszeit t bei grösseren Wassermengen bis auf 1 Sec. genau zu bestimmen.

Die Versuche auf dem k. k. Eisengusswerke zu Mariazell wurden im Jahre 1861 durch den k. k. Ingenieur Rowlandson und zwar ganz in ähnlicher Weise wie zu Blansko durchgeführt, nur dass statt der Klappe **a** Fig. 44 eine kurze um eine horizontale Axe drehbare Rinne angebracht war, welche nach ihrer Stellung das Wasser aus dem Kasten **B** entweder in den Messkasten **A** oder in den Abflussgraben leitete; dann wurde die Gefällshöhe nicht unter Anwendung einer stellbaren Latte ermittelt, sondern mittelst zweier nahe dem Ober- und Unterwasserspiegel angebrachter Fixpunkte, deren Vertikal-Abstand genau bekannt war, und deren jedesmalige Entfernung von den beiden Wasserspiegeln gemessen wurde.

Sei $\mathfrak{H}$ die konstante Entfernung der beiden Fixpunkte und war

h_o die Entfernung des obern Fixpunktes vom Oberwasserspiegel

h_u die Entfernung des untern Fixpunktes vom Unterwasserspiegel, so ergab sich hieraus die jedesmalige Gefällshöhe

$$H = \mathfrak{H} + h_u - h_o.$$

Für diese Turbinen stand ferner ein etwas höheres Gefälle (9') zu Gebote.

Zu den Versuchen wurden zwei Arten von Aktions-Turbinen angewendet, und zwar: die Varietät A_1 der Tab. I. und die Varietät A_1 der Tab. II.

Der gegebene Halbmesser der Turbinen war $R = 10''$; die sonstigen wichtigeren Konstruktionsgrössen enthält die folgende Tabelle (VIII.) sowohl mit den aus der Theorie sich ergebenden als mit jenen Werthen, welche an den ausgeführten Turbinen wirklich gemessen wurden.

Die von beiden Turbinen aufzunehmenden Wassermengen ergaben sich wieder aus der Formel (66) und zwar:

$$\begin{aligned} &\text{für } A_1 \text{ der Tab. I. } M = 4.77 \text{ C. F.} \\ &\text{„ } A_1 \text{ „ „ II. } M = 5.01 \text{ „ „} \end{aligned}$$

Tabelle VIII.

Uebersicht der wichtigern Konstruktionsgrößen der beiden Versuchsturbinen.

$\mu = \frac{2}{3}$ $R = 10''$ $H = 9'$ Wiener Mass.

Nr.		α	n_0	n_1	m	Winkel			M	n	Kanalweiten		
						β_0	β_1	β_2			a_0	a_1	a_2
						Grade			Kubik- fuss	Zahl	Linien		
A _I Tab. I.	Nach der Theorie	$\frac{1}{2}$	12	24	0.723	14°40'	149°40'	26°10'	4.77	148	10.3	10.3	8.5
	Nach der Ausführung					12°	153°	25°	.	.	8.17	9.33	8.8
A _I Tab. II.	Nach der Theorie	$\frac{1}{2}$	12	24	0.720	15°20'	148° 0'	26° 0'	5.01	149	10.8	10.8	9.0
	Nach der Ausführung					14° 0'	151°20'	25° 0'	.	.	9.5	9.5	8.5

Tabelle IX.

Resultate der zu Maria-Zell bei 9 Fuss Gefälle abgeführten Turbinen-Versuche.

12 Leitkanäle offen						9 Leitkanäle offen						6 Leitkanäle offen					
Q	N	M	H	η		Q	N	M	H	η		Q	N	M	H	η	
Actionsturbine mit gleichmässig abnehmenden normalen Kanalweiten.																	
0	289	3.06	9.34	0	6	92	1.37	9.63	0.388	0	215	1.17	9.61	0			
14	186	3.78	9.22	0.693	7	83	1.42	9.62	0.396	4	112	1.23	9.58	0.352			
16	171	3.89	9.20	0.711	8	75	1.46	9.62	0.396	5	96	1.25	9.57	0.371			
17	164	3.94	9.20	0.715	9	68	1.51	9.61	0.391	6	81	1.28	9.56	0.369			
18	156	4.00	9.19	0.711	10	62	1.57	9.61	0.382	7	67	1.30	9.56	0.350			
20	141	4.05	9.17	0.705	12	51	1.69	9.59	0.351	8	55	1.32	9.55	0.324			
22	126	4.17	9.16	0.674	14	41	1.84	9.58	0.302								
24	112	4.20	9.14	0.646													
Actionsturbine mit gleichen horizontalen Kanalweiten.																	
0	289	3.03	9.18	0	—	—	—	—	—	0	210	1.16	9.50	0			
12	184	3.60	9.14	0.623	—	—	—	—	—	2	160	1.19	9.50	0.262			
13	176	3.66	9.14	0.636	—	—	—	—	—	3	135	1.21	9.50	0.310			
14	167	3.71	9.13	0.641	—	—	—	—	—	4	110	1.23	9.50	0.349			
15	159	3.77	9.13	0.645	—	—	—	—	—	5	85	1.26	9.50	0.314			
16	150	3.82	9.12	0.639	—	—	—	—	—	6	60	1.28	9.50	0.275			
18	143	3.95	9.12	0.618	—	—	—	—	—								
20	115	4.08	9.11	0.575	—	—	—	—	—								

Die Schaufelung der erstgedachten Turbine (A_1 Tab. I.) war von der in §. 10 angegebenen nur insofern abweichend, als beim Laufrade die parallelen Endstücke der Kanäle eine grössere Länge erhielten, indem die Grössen $b e = n p$ Fig. 11 und 12 nicht $\frac{1}{20} R$ sondern $\frac{3}{20} R$ betragen haben.

Die Varietät A_1 (Tab. II.) hatte parabolisch geformte Schaufeln, wie solche für konstante horizontale Kanalweiten die Theorie verlangt. Bei beiden Turbinen wurden die Radhöhen $b = \frac{R}{2}$ gemacht und die Laufradschaufeln am obern Ende zugespitzt, was bei den Blanskoer Turbinen nicht der Fall war.

Tabelle IX. enthält die auf gleiche Weise wie oben korrigirten Resultate der mit diesen Turbinen angestellten Versuche; es ergaben sich bei der Verzeichnung der Diagramme für alle 3 Grössen N , M und H bloss gerade Linien.

Wie die Betrachtung der Tabelle IX. zeigt, erreicht die Mariazeller Aktions-Turbine A_1 (Tab. I.) mit gleichmässig abnehmenden normalen Kanalweiten beim Vollgang einen etwas höhern Wirkungsgrad als die Blanskoer; der grösste Wirkungsgrad ist nämlich nach Tab. IX. bei 164 Umgängen $\eta = 0.715$, nach den Beobachtungsdaten dagegen bei 151 Umgängen $\eta = 0.72$. Der Grund hievon mag in dem Umstande gefunden werden, dass die Schaufeln bei der Blanskoer Turbine noch eine durchaus gleiche Dicke hatten, während jene der Mariazeller Turbine gegen ihre Mitte bereits verstärkt waren.

Bei 6 offenen Leitkanälen beträgt der Wirkungsgrad nur circa 40% während derselbe unter gleichen Verhältnissen bei der Blanskoer Turbine mit 50% sich ergab.

Die Umgangszahl beim Leergang verhält sich zu jener, wobei der grösste Nutzeffekt stattfindet wie 289:164 oder 1.76:1.

Die Turbine A_1 (Tab. II.) mit konstanten horizontalen Kanalweiten und parabolischer Schaufelung ergab in Bezug auf Nutzeffekt ungünstigere Resultate als jene mit gleichförmig abnehmenden Kanalweiten; die Ursache hievon dürfte in der grossen Veränderlichkeit der normalen Kanalweiten liegen, welche bei dieser Art von Turbinen, wie aus Fig. 17 zu ersehen, stattfindet.

Im Uebrigen führt die genauere Betrachtung der Tab. IX. zu denselben Bemerkungen, welche über die in Tab. VII. dargestellten Versuche mit den Blanskoer Turbinen gemacht wurden.

Auf dem k. k. Gusswerke nächst Mariazell wurde neuerdings im Jahre 1862 durch denselben k. k. Werks-Ingenieur Rowlandson eine andere Reihe von Versuchen abgeführt, wobei ein höheres Gefälle,

von 18', und der Halbmesser des Laufrades mit 7" gegeben war; es kamen dabei die nachstehenden drei Varietäten von Aktionsturbinen zur Anwendung:

1. Die Varietät A_1 der Tab. I., mit 12 Leit- und 24 Laufradschaufeln von derselben Konstruktion wie bei der auf das Gefälle von 9' berechneten Turbine A_1 , nämlich mit langen geraden Endstücken der Schaufeln und Ausbauchung der Schaufeldicken; ferner

2. Die Varietät B_1 der Tab. I. mit 12 Leit- und 20 Laufradschaufeln, und der gleichen Schaufelkonstruktion; endlich

3. Dieselbe Varietät B_1 mit der im §. 10 entwickelten, in Fig. 13 dargestellten Schaufelkonstruktion.

Die theoretische Wassermenge, welche diese Turbinen pr. Minute benöthigen, ergibt sich aus (66), wenn man darin

$$R = 7'' = 0.583'$$

$$H = 18'$$

und für f die aus Tab. I. zu entnehmenden Werthe einsetzt; man findet:

$$\text{für die Varietät } A_1 \dots M = 3.30 \text{ C. F.}$$

$$\text{„ „ „ } B_1 \dots M = 3.55 \text{ „ „}$$

Die Konstruktionsgrößen der drei Varietäten enthält die folgende Tab. X.

Bei der Ausführung wurde auf genaue Einhaltung der Dimensionen geachtet, so dass die berechneten Werthe der nachstehenden Tabelle auch als die wirklich ausgeführten betrachtet werden können. Da ferner die Laufräder der Turbinen Nr. I und II. sich bloss durch eine sehr geringe Differenz von 30 Minuten in den Werthen von β_0 unterscheiden, so wurde bloss das Leitrad Nr. I ausgeführt, übrigens aber bei den Versuchen nicht bloss die zusammengehörigen Lauf- und Leiträder, sondern auch Zusammenstellungen derselben in den möglichen 6 Kombinationen versucht. Tab. XI. enthält die Resultate der nach den Diagrammen korrigirten Versuche.

Die Tabelle XI. zeigt, dass die Aktionsturbinen bei höherem Gefälle eben so gut arbeiten, als bei niederem, denn der Nutzeffekt erhebt sich wieder auf 70%. Die Schaufelung Fig. 13 bietet gegen jene mit längern geraden Endstücken und kreisförmiger Leitschaufelkrümmung keine besondern Vortheile, da die mit ersterer versehene Turbine III gegen die Turbine I, welche die Schaufelung mit längern geraden Endstücken erhielt, keinen wesentlich verschiedenen Nutzeffekt ergab; es ist daher von keinem besondern Belang, ob man die Grösse $be = np$ Fig. 11 und 12 gleich $\frac{1}{20} R$ oder $\frac{3}{20} R$ annimmt. Ebenso lässt die Ausbauchung der Leitradschaufeln keine auffallende Erhöhung des Wirkungsgrades wahrnehmen.

Bei 6 offenen Leitradkanälen lieferte das Leitrad III mit dem Laufrad I kombinirt circa 41% bei 3 offenen Kanälen 30% Nutzeffekt. Die Umlaufzahl beim Leergang verhält sich zu jener des grössten Nutzeffektes bei der Turbine I wie 586:308 oder wie 1.90:1.

Tabelle X.

Nro.	Turbinen-Varietät	α	n_0	n_1	m	W i n k e l			M	n	Kanalweiten		
						β_0	β_1	β_2			a_0	a_1	a_2
												Cub.-F.	Zahl
I	A ₁ (Tab I.)	0.5	12	24	0.723	14°40'	149°40'	26°10'	3.30	299	7.2	7.2	6.0
II	B ₁ "	0.6	12	20	0.917	14°10'	156° 0'	29° 0'	3.55	265	6.9	6.9	8.6
III	B ₁ " *)	0.6	12	20	0.917	14°10'	156° 0'	29° 0'	3.55	265	6.9	6.9	8.6
*) Mit der Schau- felldorm Fig 13.													

*) Mit der Schau-
felldorm Fig 13.

Tabelle XII.

Vergleichung der theoretischen und Versuchs-Resultate.

Bezeichnung der Turbine	1	2	3	M		H beobachtet	n		6	7	8
				nach der wirklichen Kanalbreite berechnet	beobachtet		berechnet nach (64)	beobachtet			
							mit der wirklichen Wassermenge	mit der theoretischen Wassermenge		U ₀ berechnet	beobachtet
Blansko'er Turbine A ₁ Tab. I		6.09	7.461	6.115	97.5	88.3	99	16.53	13.54		
" A ₂ " I		6.25	5.451	5.041	158.0	151.9	135	10.65	9.86		
" D ₂ " I		6.10	6.694	6.376	184.7	180.2	151	9.27	8.83		
Mariazeller Turbine A ₁ Tab. I		9.20	3.841	3.945	165.5	167.7	164	20.31	20.88		
" A ₁ " II		9.13	4.43	3.770	124.0	153	159	20.20	17.14		
" A ₁ " I*		17.43	3.248	2.82	316	295	308	27.9	24.1		
" B ₁ " I**		17.38	3.494	3.02	281	261	303	31.4	27.0		
" H ₁ " I***		17.25	3.481	3.24	269	260	297	31.3	29.0		
*) Leitrad I. Laufrad I. Tab. XI.											
**) " I. " II. " XI.											
**) " III. " III. " XI											

*) Leitrad I. Laufrad I. Tab. XI.
 **) " I. " II. " XI.
 **) " III. " III. " XI mit der Schaufelung Fig. 13:

Da bei den Aktionsturbinen der effektive Wirkungsgrad $\eta=0.70$ bis 0.71 sich ergeben hat, so ist der für den hydraulischen Wirkungsgrad angenommene Werth $\xi=0.75$ keineswegs zu hoch gehalten, sondern eher zu klein, weil dann auf die Zapfenreibung 4 bis 5% des Nutzeffektes entfallen.

Es muss jedoch immerhin auffallen, dass bei den Aktionsturbinen der Wirkungsgrad in einem so bedeutenden Grade sinkt, wenn dieselben bloß theilweise beaufschlagt, also mehrere Leitkanäle geschlossen werden; von Seite der Theorie wäre man berechtigt, ein günstigeres Resultat in dieser Beziehung von den Aktionsturbinen zu erwarten, und es gab insbesondere diese Erwartung die erste Veranlassung zur Entstehung der vorliegenden Abhandlung. Indessen sind die übrigen Vortheile der Aktionsturbine noch wichtig genug, um dieser Art von Turbinen eine besondere Brauchbarkeit zuzugestehen.

Es erübrigt noch zum Schluss einen Vergleich zwischen den Versuchsergebnissen und den theoretischen Ergebnissen vorzunehmen. Es handelt sich dabei vorzugsweise um die Untersuchung, ob und in wie ferne die theoretische Anzahl der Umgänge, bei welcher der höchste Nutzeffekt erreicht werden soll, so wie die berechnete Wassermenge mit den durch Versuche sich ergebenden übereinstimmen?

Behufs dieser Prüfung wurden die Ergebnisse jener Versuche, welche den grössten Nutzeffekt ergaben, in der Tabelle XII. den theoretischen Resultaten entgegengestellt.

Ausser der Gefällshöhe H (Col. 1) der wirklichen Wassermenge M (Col. 3) und Umgangszahl n (Col. 6) enthalten die Vertikalkolonnen dieser Tabelle noch folgende Grössen:

Col. 2. die Wassermenge berechnet nach Formel (39).

$$M = n_0 a_0 (1 - \mu) R \sqrt{2 m g H}$$

worin für a_0 und H die wirklichen gemessenen Werthe, für m die theoretischen Werthe eingesetzt wurden.

Col. 4 und 5. Die nach Formel (64) berechnete theoretische Umgangszahl, wobei in Col. 4 für M die beobachteten Wassermengen aus Col. 3 in Col. 5 dagegen für M die theoretische Wassermenge aus Col. 2 substituirt wurden.

Col. 7. Die theoretische Ausflussgeschwindigkeit U_0 berechnet nach Formel (45).

Col. 8. Den wirklichen mittlern Werth von U_0 berechnet nach der aus (39) folgenden Gleichung:

$$U_0 = \frac{M}{n_0 a_0 (1 - \mu) R}$$

worin für M die beobachteten Wassermengen (Col. 3) substituirt wurden.

Die Betrachtung der in Tabelle XII. enthaltenen Zahlen zeigt, dass die für M , n und U_0 beobachteten Werthe fast durchgehends etwas kleiner sind als die aus den aufgestellten Formeln berechneten; der Unterschied ist jedoch nicht von praktischem Belang.

Druckfehler.

Seite 4 Zeile 6 v. o. statt: Schaufeln lies: Schaufelzahlen.

„ 20 „ 16 „ „ „ $h_0 + \frac{U_0}{2g}$ lies: $h_0 + \frac{U_0^2}{2g}$

„ 24 „ 1 „ „ „ $(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_1 n_1 \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1}$

lies: $(1 + \mu) \pi \sin. \beta_0 - v_1 n_1 \frac{\sin. \beta_0}{\sin. \beta_1}$

„ 42 „ 22 v. o. statt: U lies: V.

„ 51 „ 13 „ „ „ $m = \frac{1}{2(\alpha^2 - 1)} \left[m(\alpha^2 - 1) - \zeta + \dots \right]$

lies: $m = \frac{1}{2(\alpha^2 - 1)} \left[m(\alpha^2 - 1) - \zeta + \dots \right]$

„ 66 „ 12 u. 13 v. o. statt: Parallelen lies: Parallele.

„ 68 „ 9 v. u. statt $\frac{e}{E} = \frac{1}{2} - \frac{\cos. [\beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \frac{t}{T}]}{2 \cos. \beta_1}$

lies: $\frac{e}{E} = \frac{1}{2} - \frac{\cos. [\beta_1 - (\beta_1 - \beta_2) \frac{t}{T}]}{2 \cos. \beta_1}$

„ 69 „ 12 v. u. statt: gelang lies: gelangt.

„ 74 „ 5 „ „ „ $y^1 + \eta = 2 y^1 + \frac{2 y^1}{x} \zeta - y^1 \dots$

lies: $y^1 + \eta = 2 y^1 + \frac{2 y^1}{x^1} \zeta - y^1 \dots$

„ 78 „ 1 v. u. statt: 1·43' lies: 1·43''

„ 80 „ 2 „ o. „ Og „ OG.

„ 80 „ 6 „ u. „ $q_1 q$ „ $q_1 q_2$

„ 92 „ 7 „ „ „ $\frac{2}{8}$ „ $\frac{2}{3}$ (Col. 3).

„ 92 „ 7 „ „ „ 25 „ 24 (Col. 6).

„ 92 „ 5 „ „ „ $14^0 10'$ „ $14^0 0'$

„ 95 „ 1 „ o. „ $7'' 2'''$ „ $7'' 1'''$

„ 106 „ 14 „ „ „ $\frac{n_2}{n} = \frac{(1 + \mu)}{(1 + \frac{\mu}{\mu_m})} \mu$ lies: $\frac{n_2}{n} = \frac{(1 + \mu)}{(1 + \frac{\mu}{\mu_m})} \mu_m$

„ 111 „ 10 „ u. „ $n_1 = 24'$ lies: $= 12'$.

„ 111 „ 15 „ „ „ $\beta_1 = 149^0 10'$ lies: $149^0 40'$.

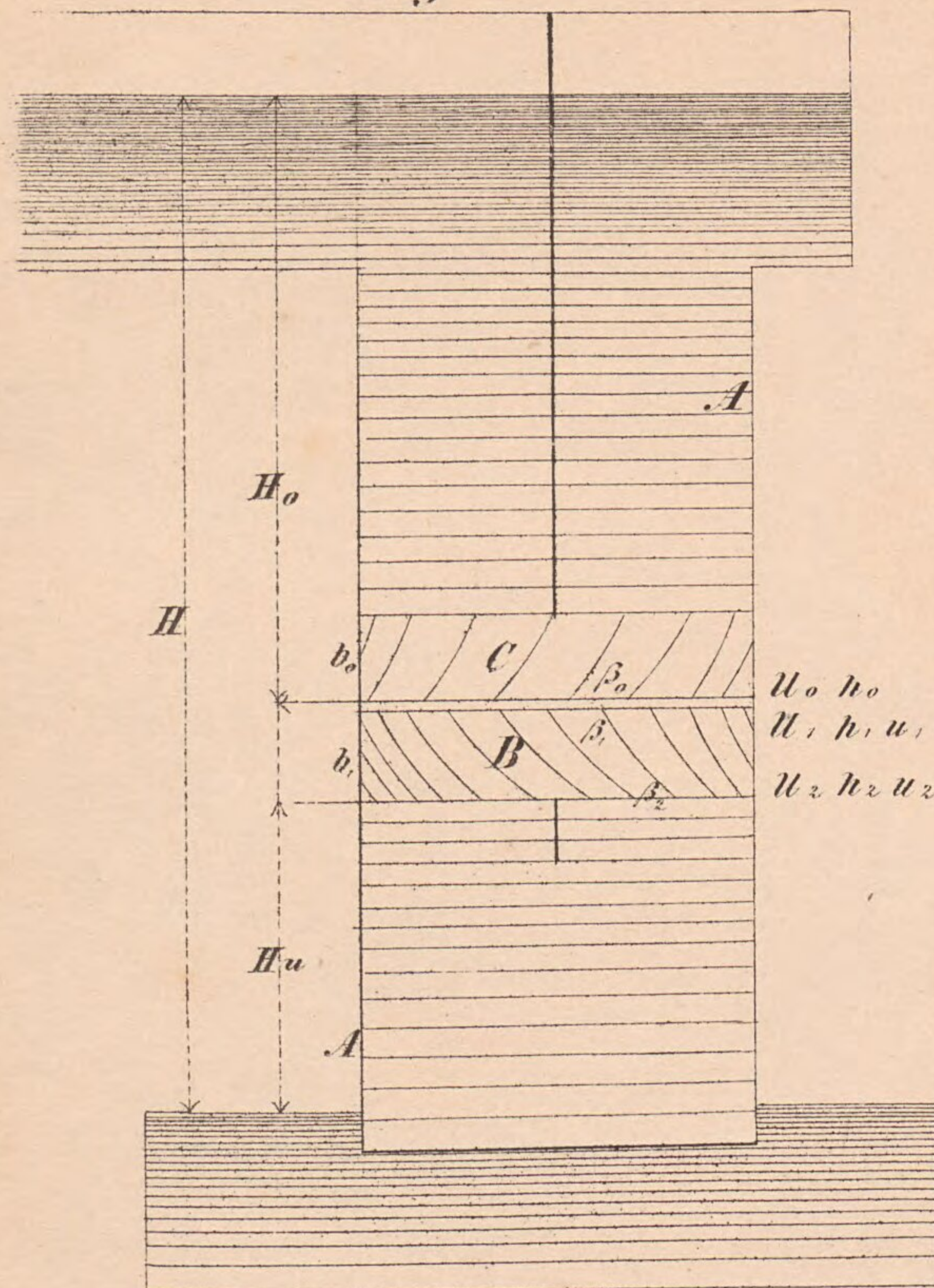
„ 112 „ 9 „ o. „ angeführten „ ausgeführten.

„ 121 „ 3 „ u. „ $a_2 = 8.8$ „ $= 8.08$.

„ 126 „ 5 „ „ „ 115 „ 315 (Col. 9.)

Taf. I. Fig. 1 bis 9.

Fig. 1.



Zu Fig. 1 B.

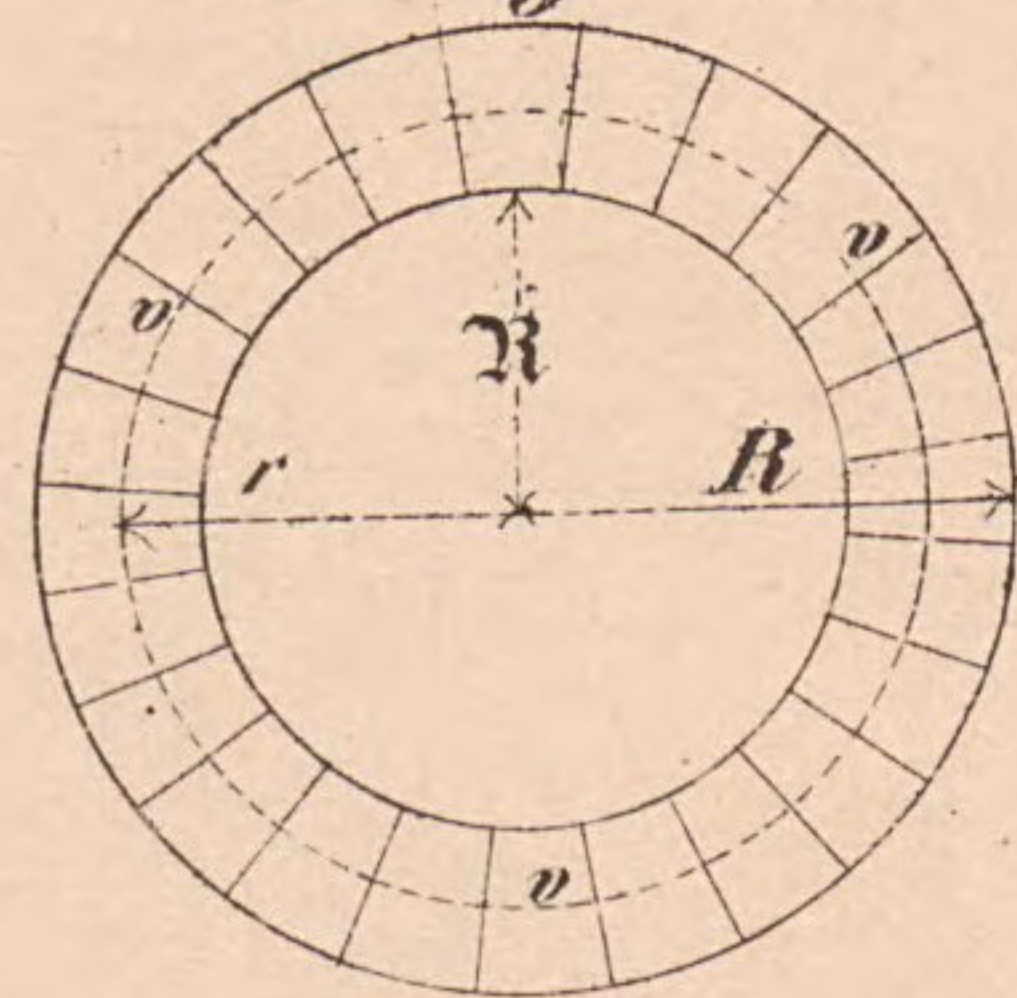


Fig. 5

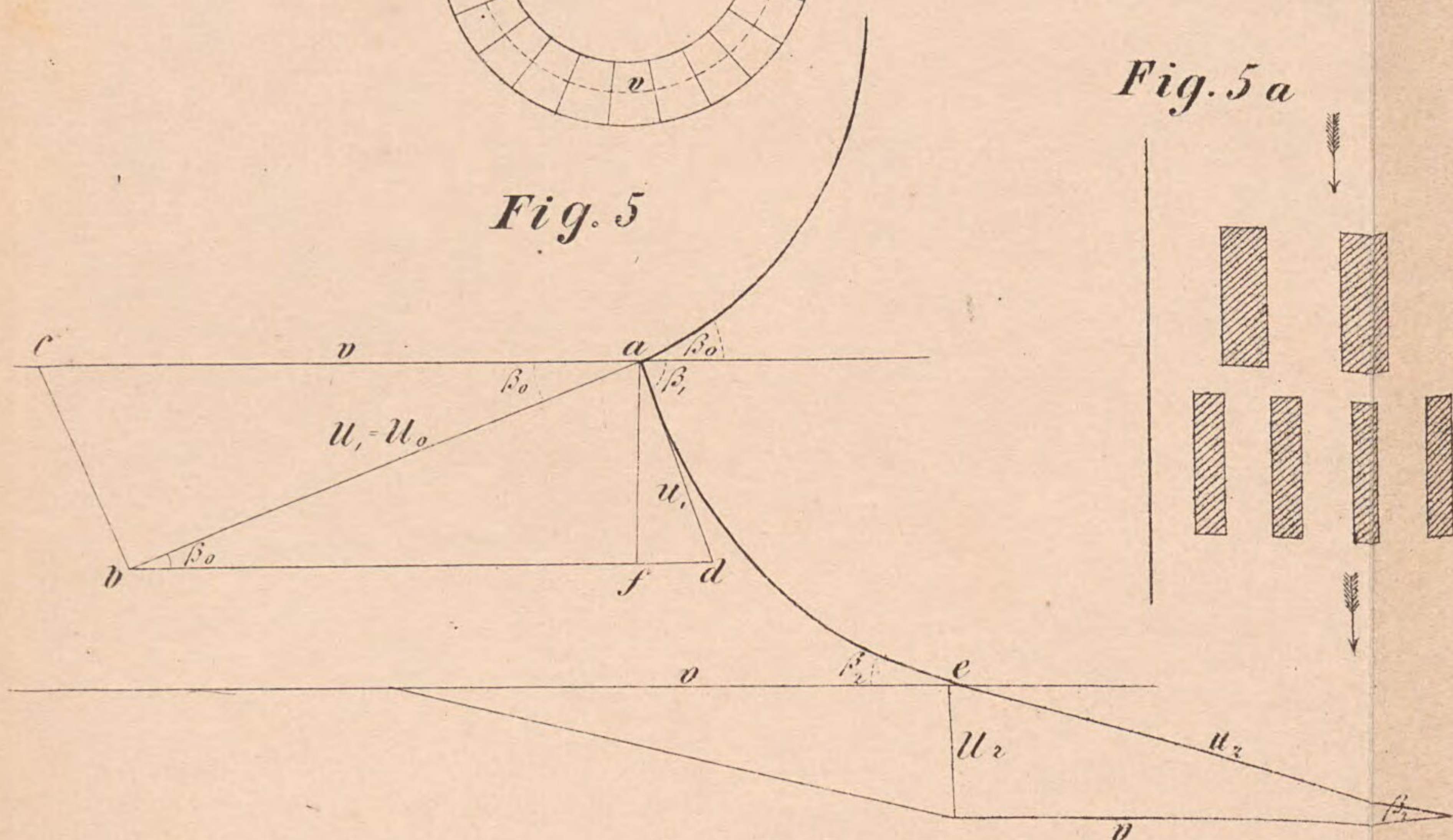


Fig. 2

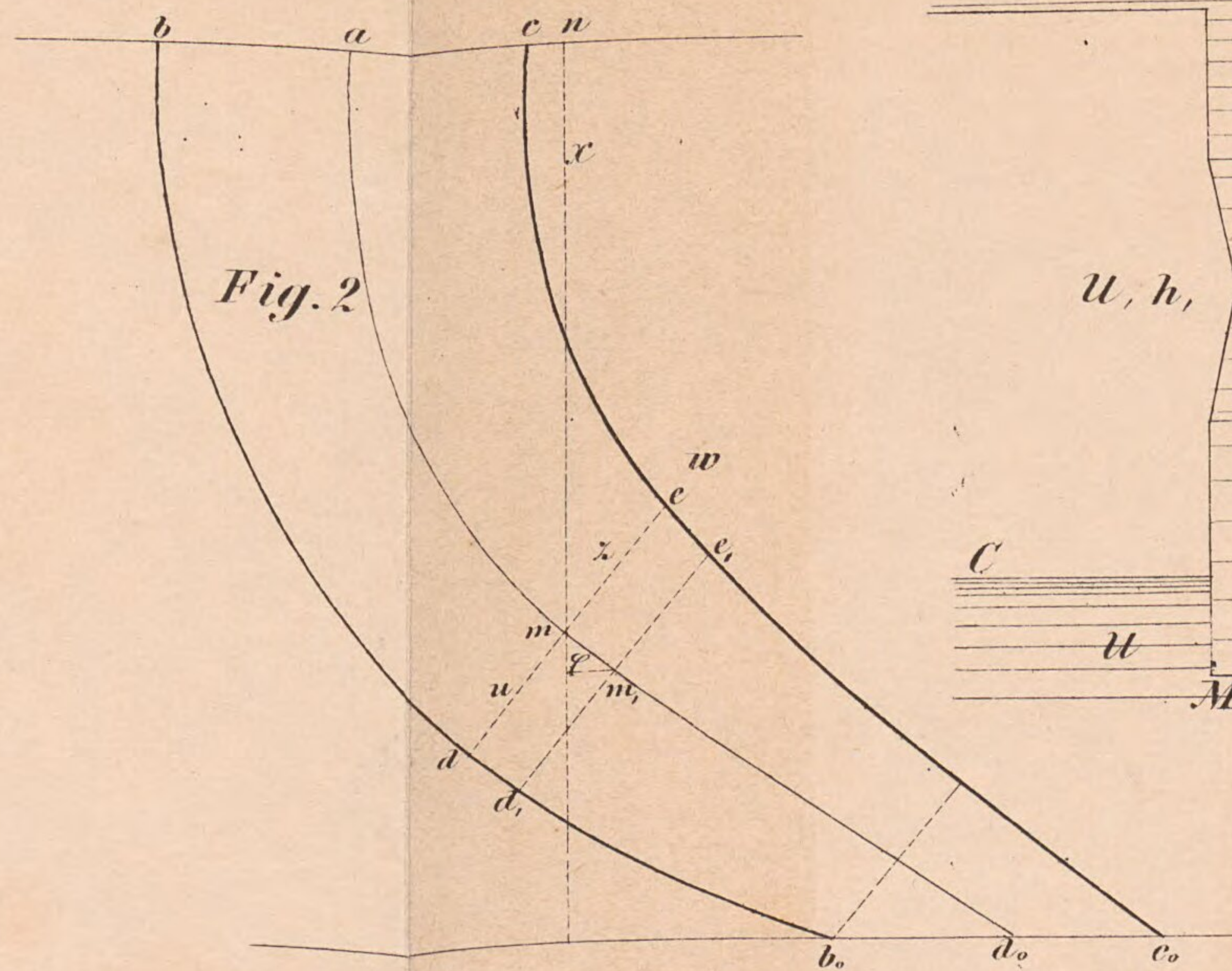


Fig. 6.

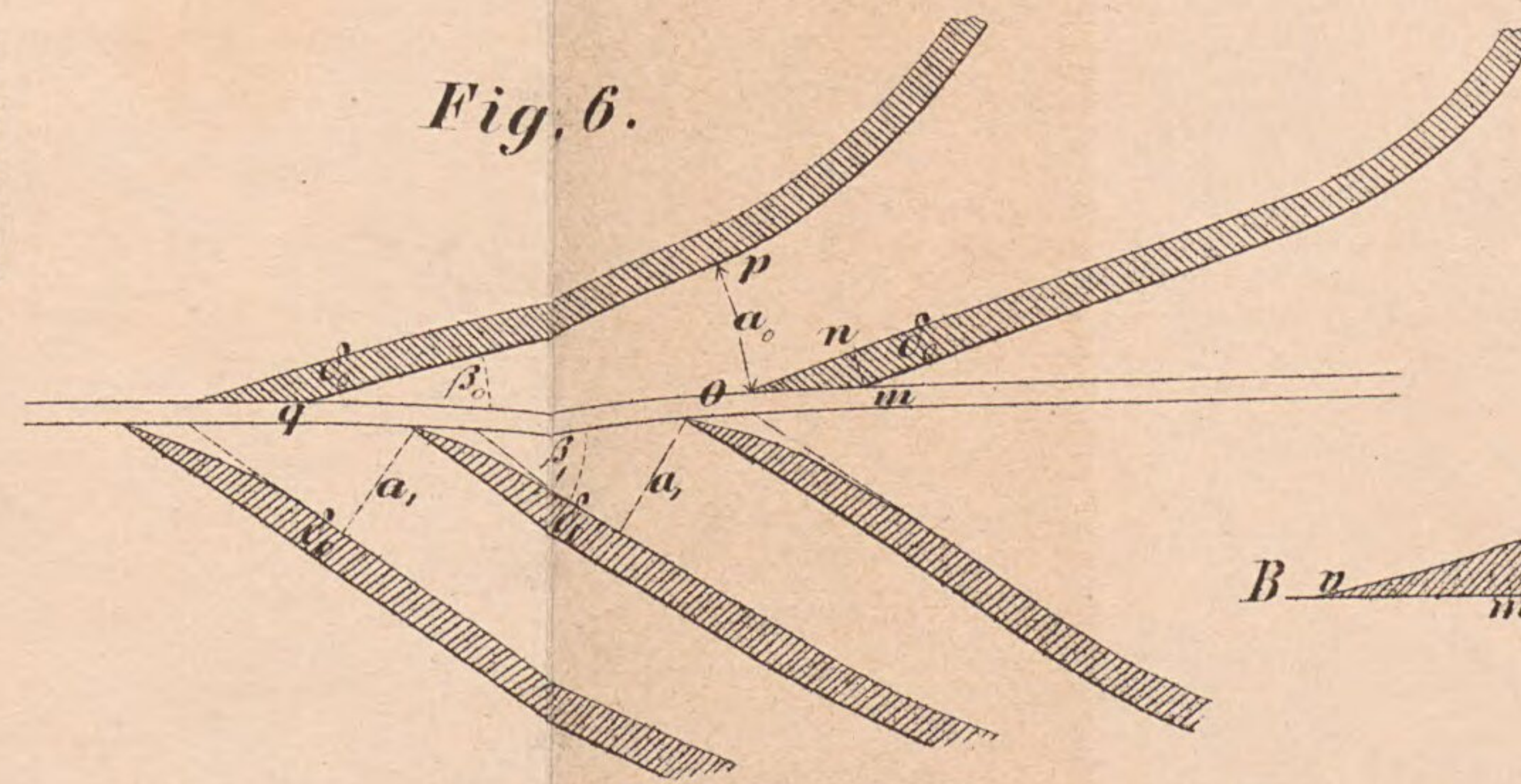
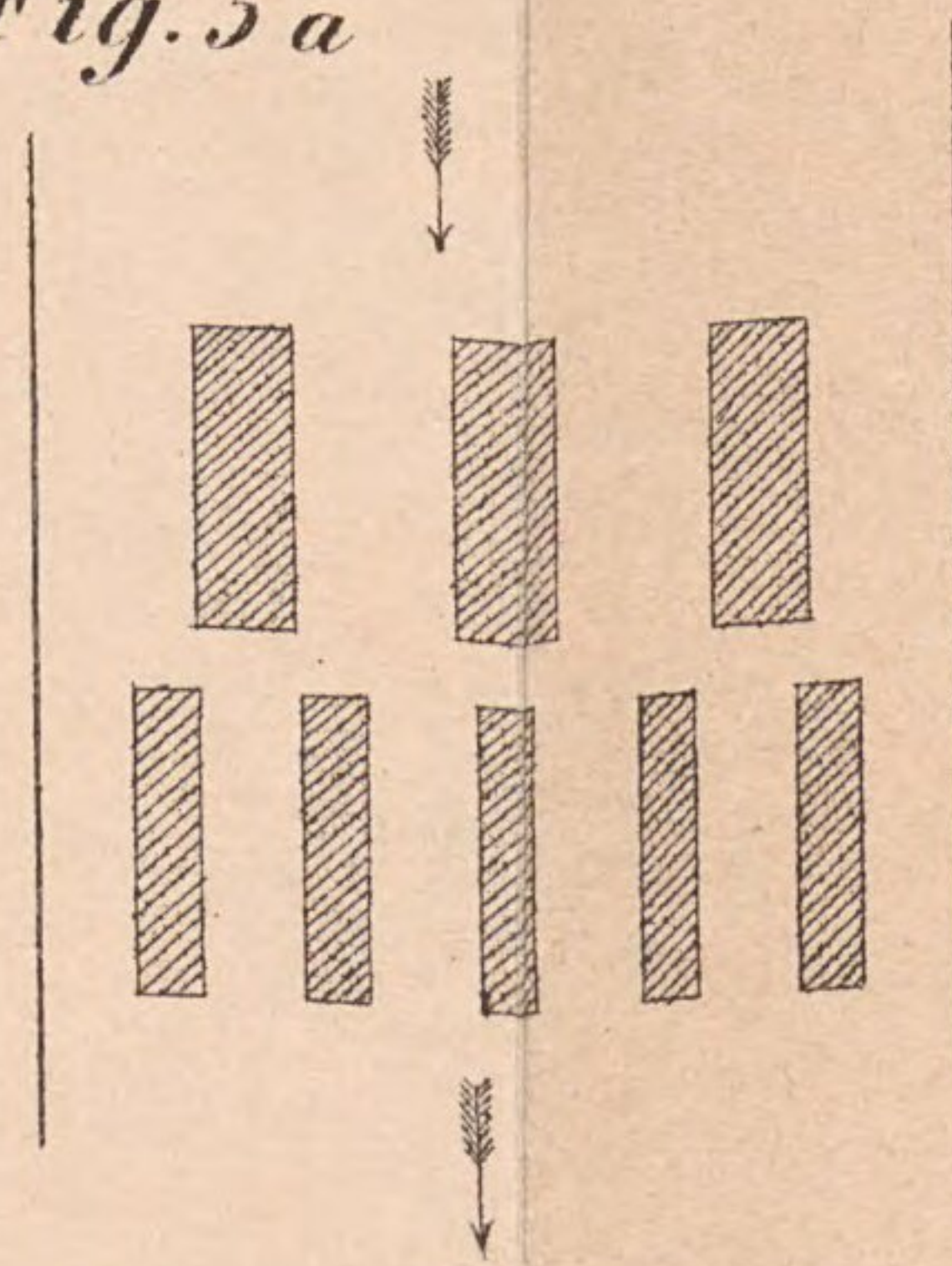


Fig. 5 a



$A_o u_o h_o \beta_o$
 $A u h \beta$

Fig. 3.

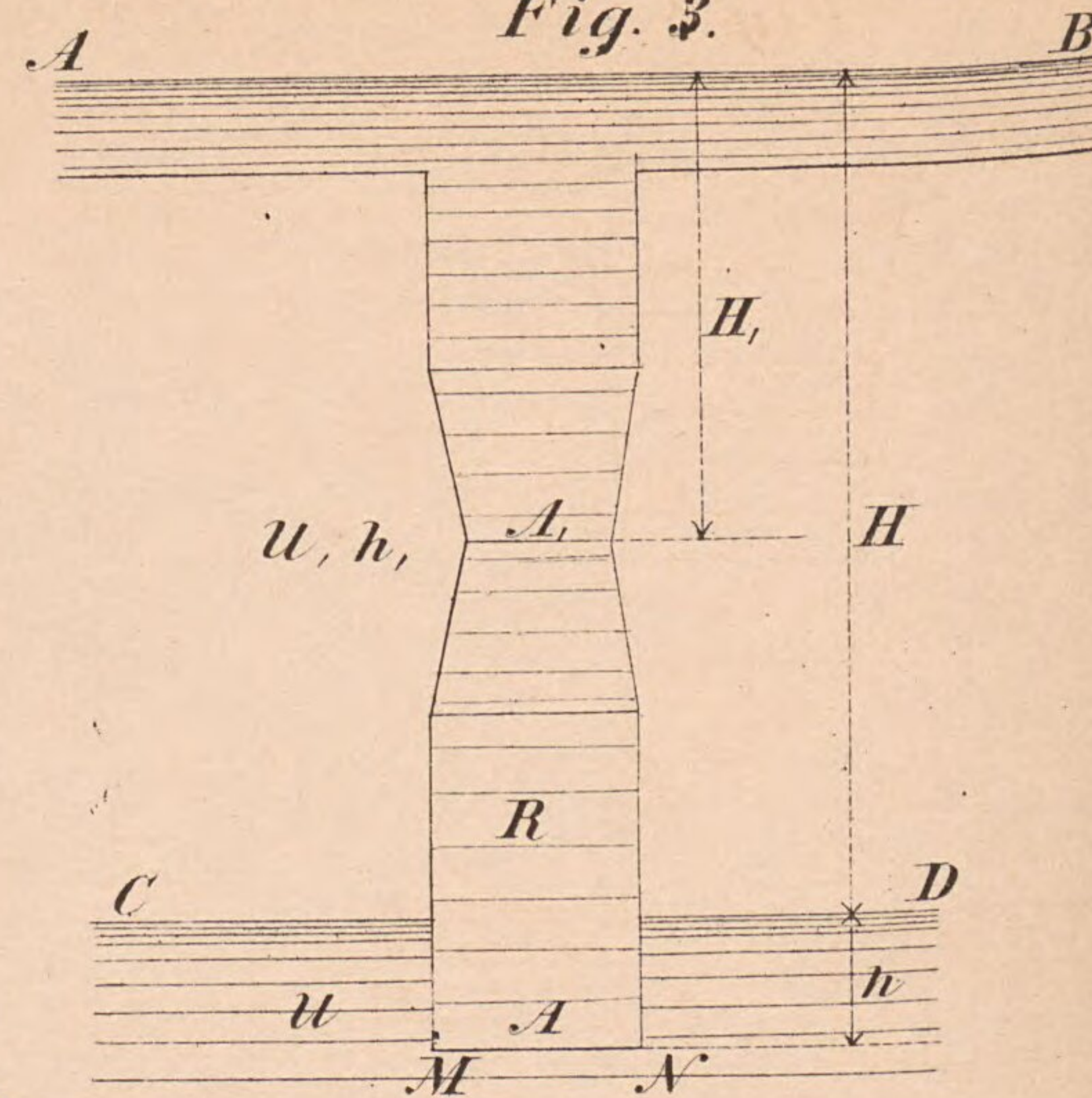


Fig. 4.

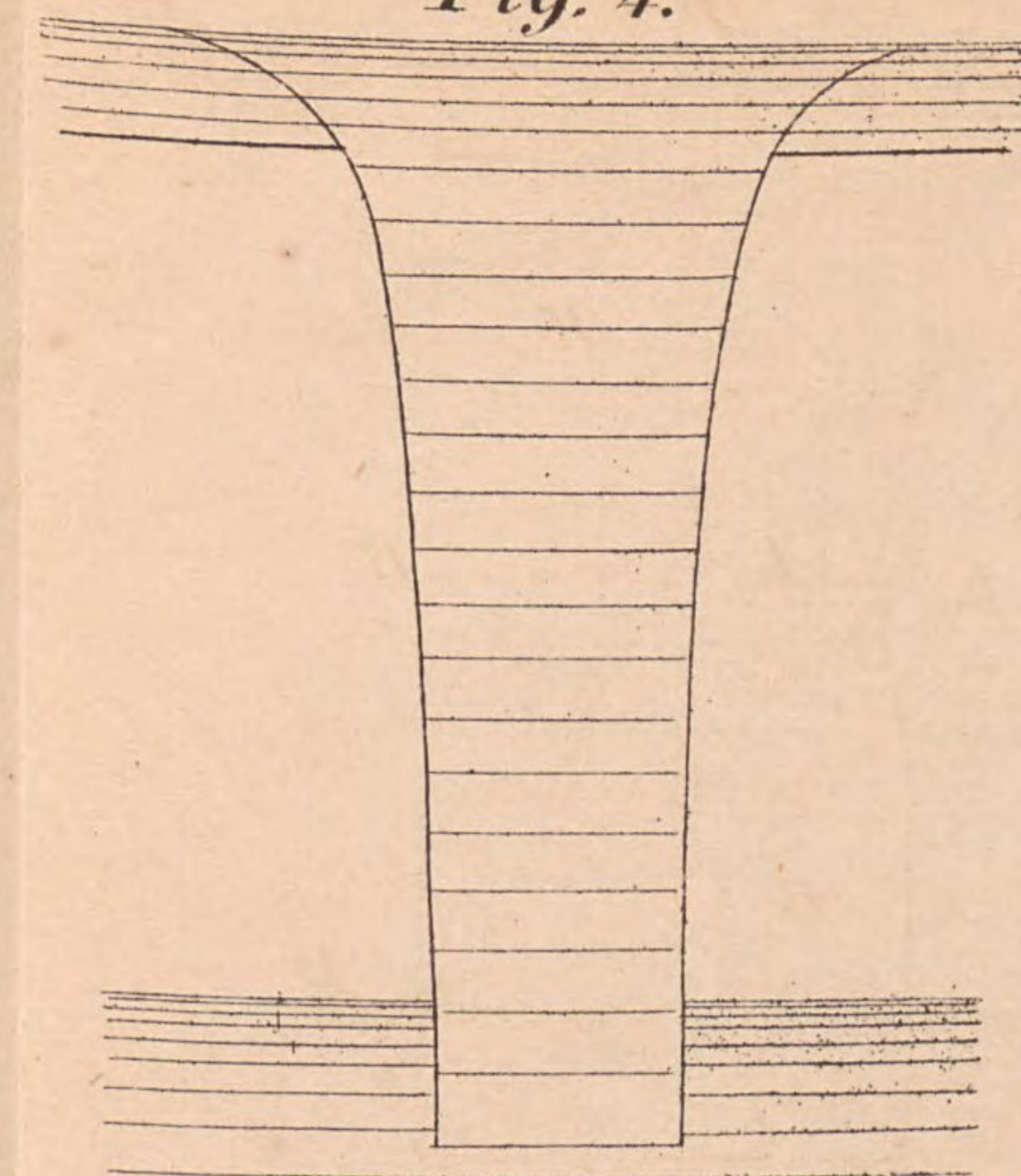


Fig. 7.

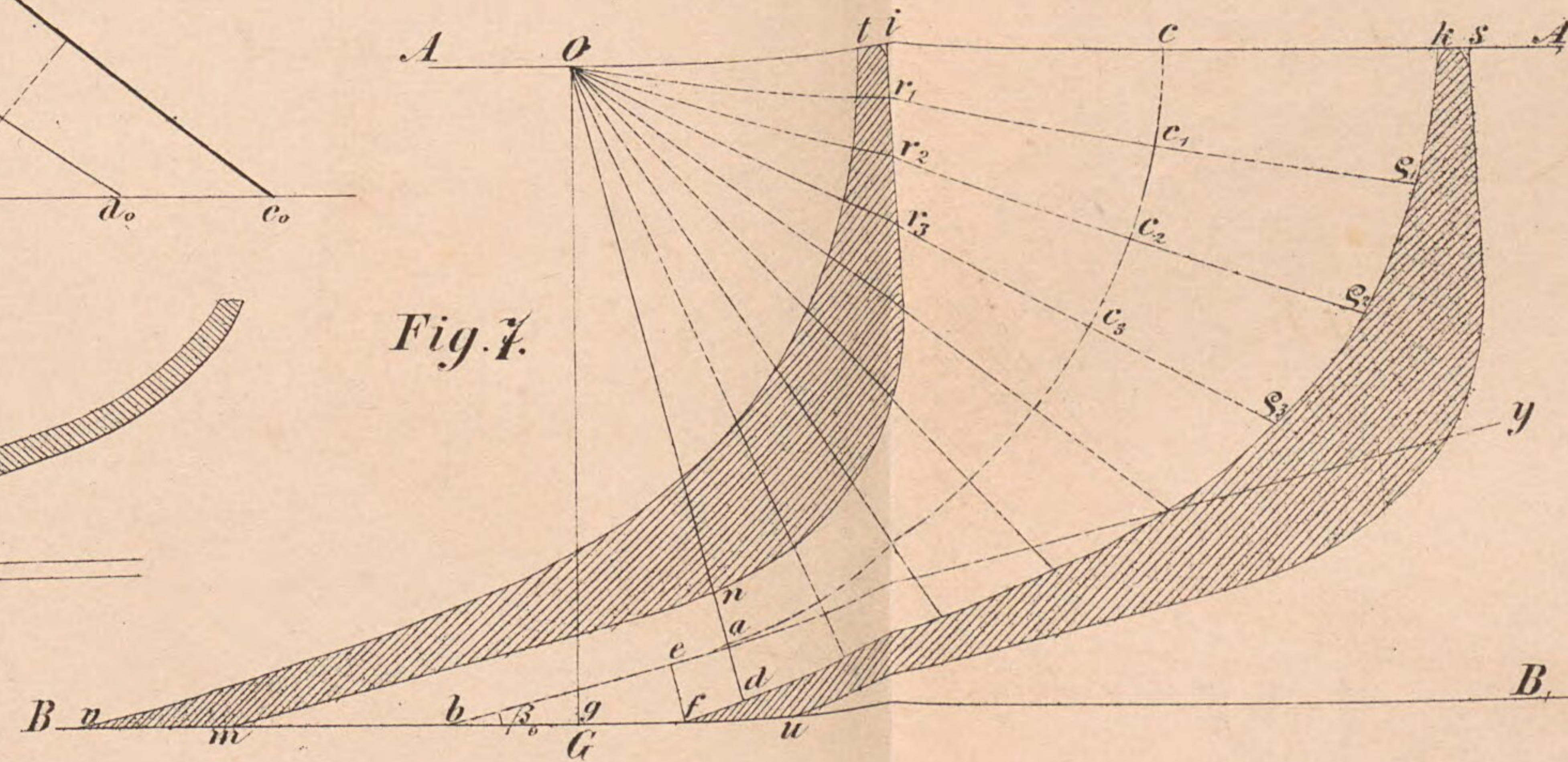


Fig. 8.

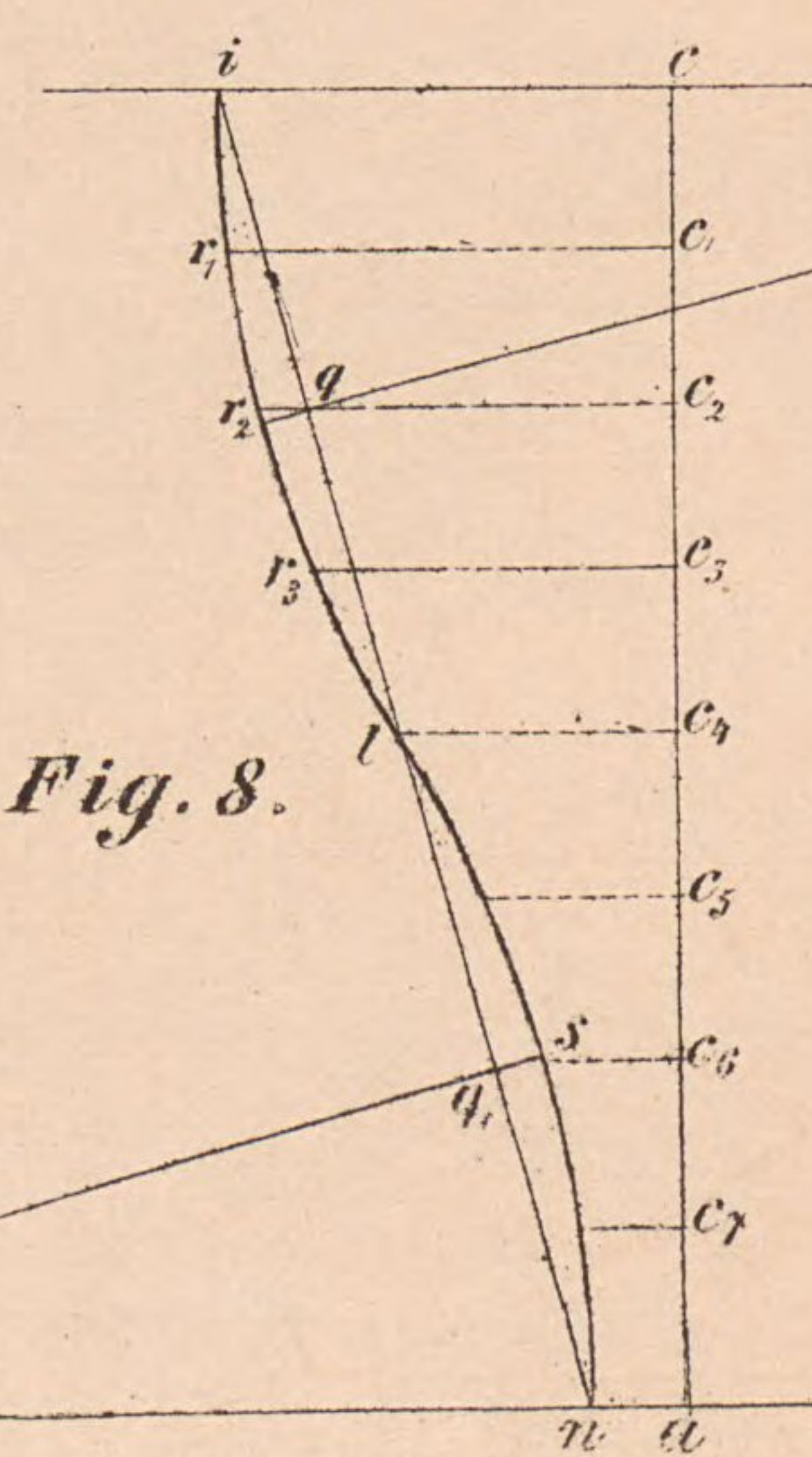
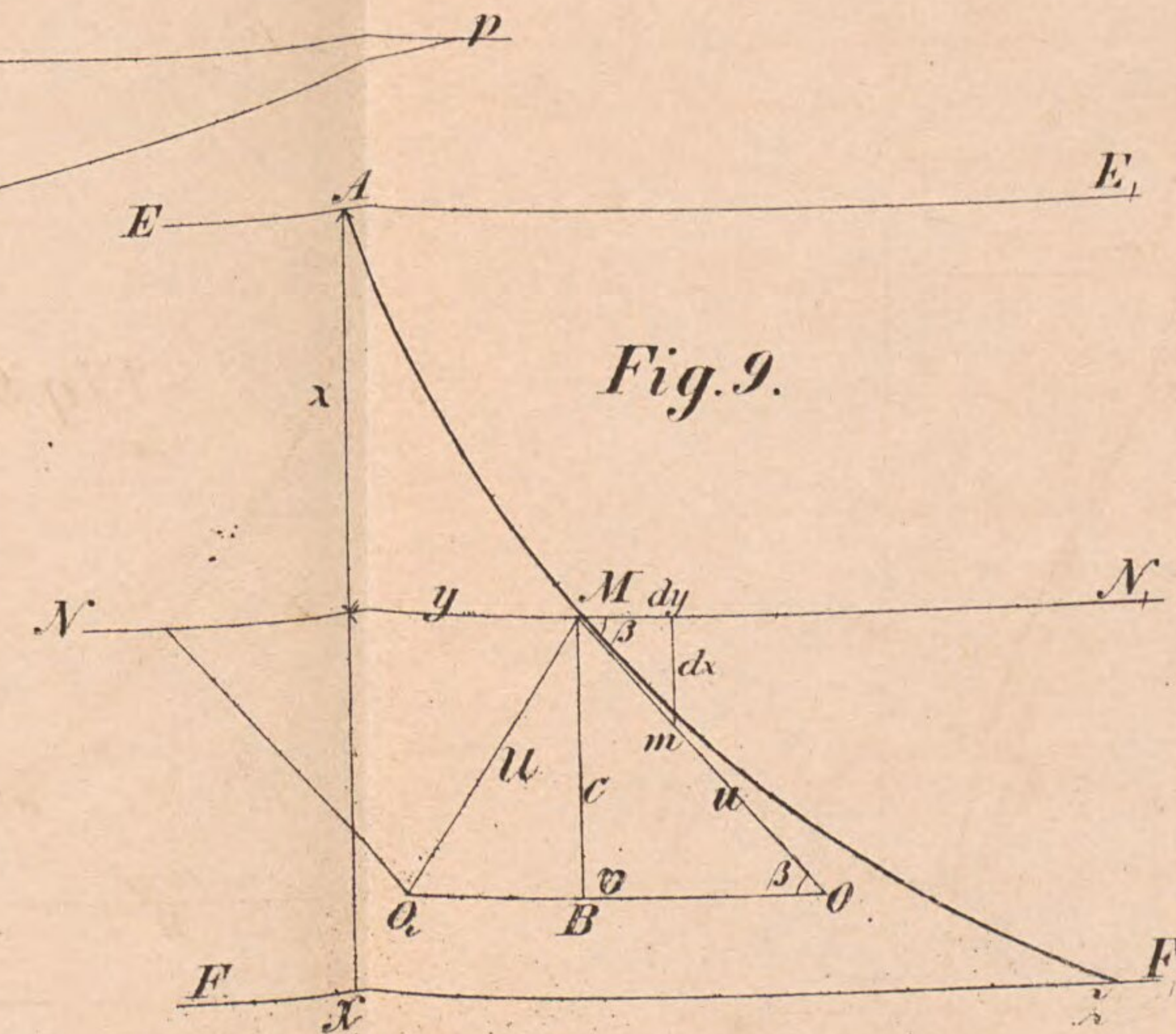


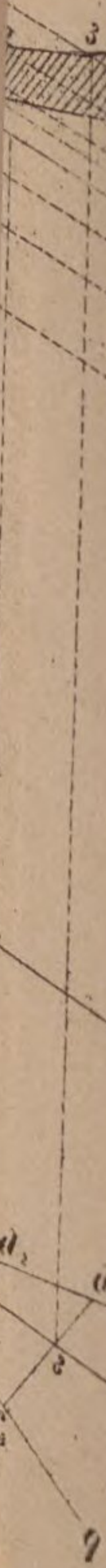
Fig. 9.



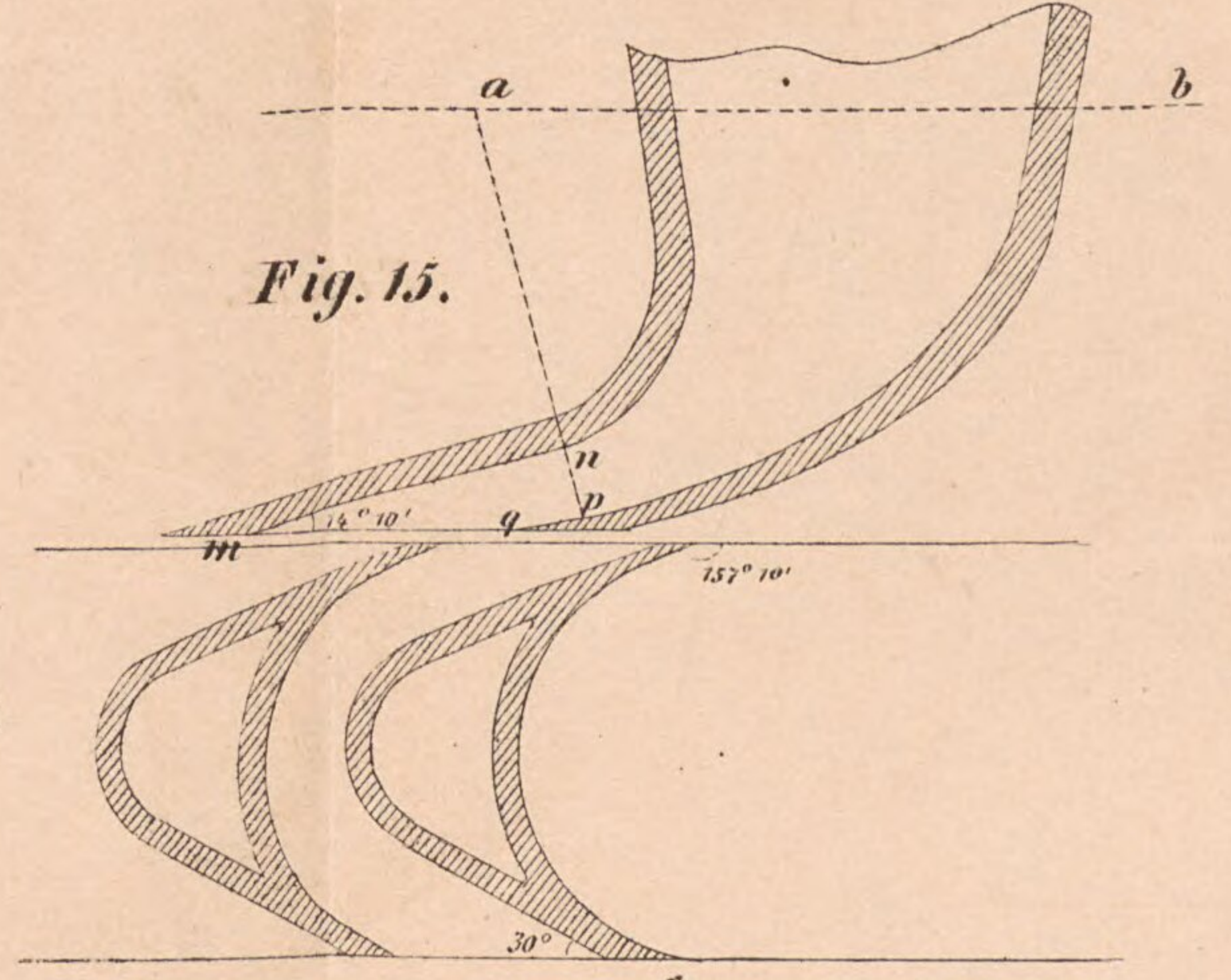
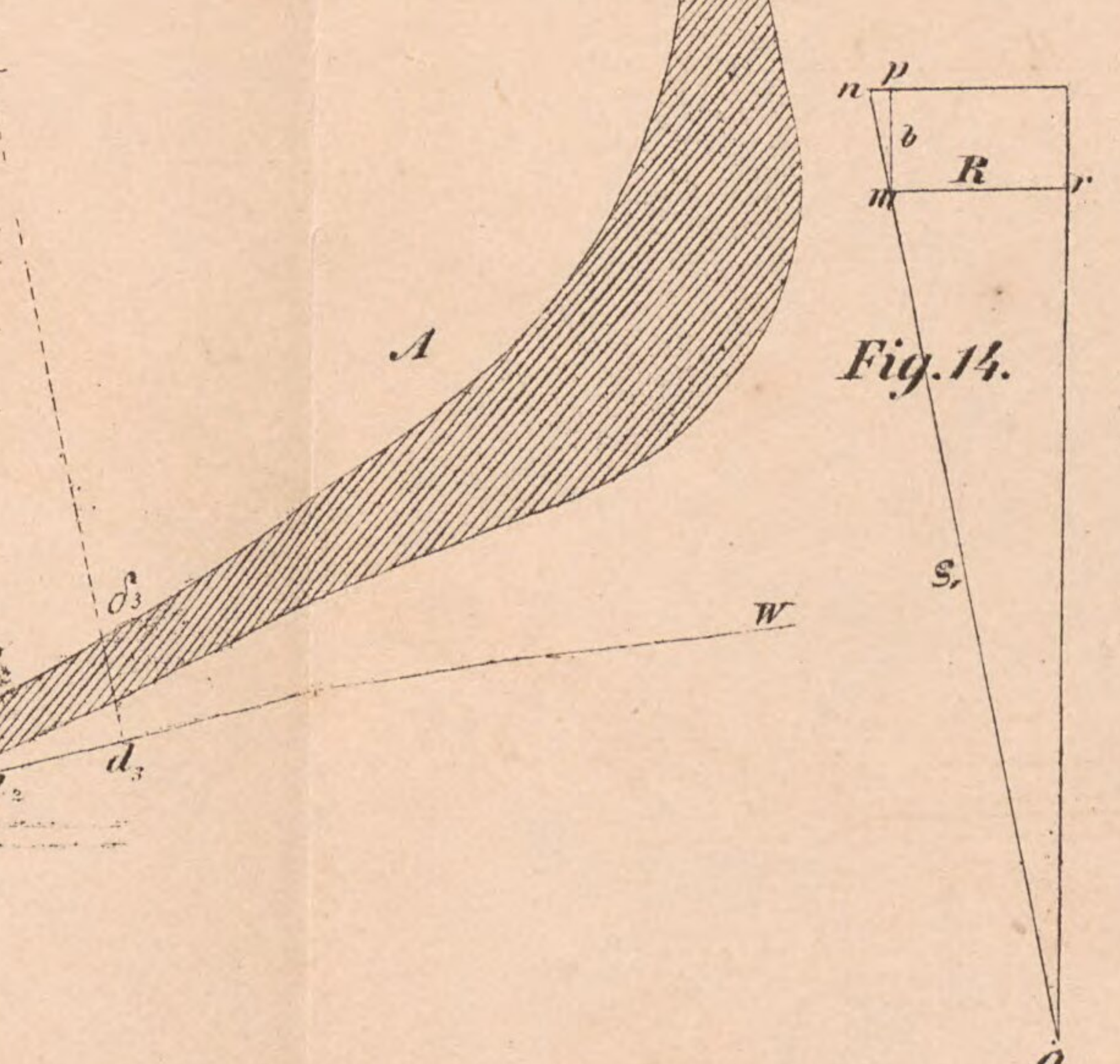
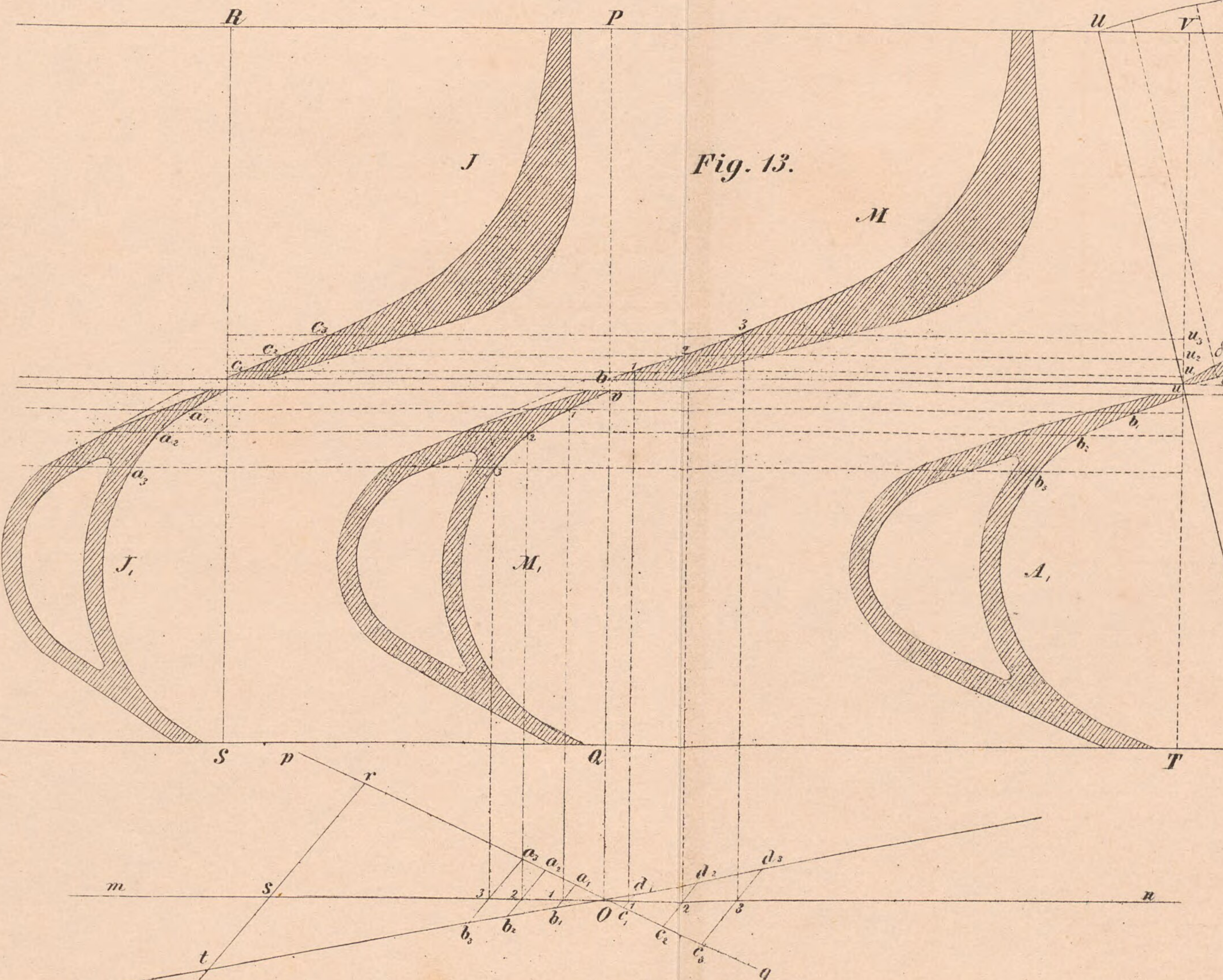
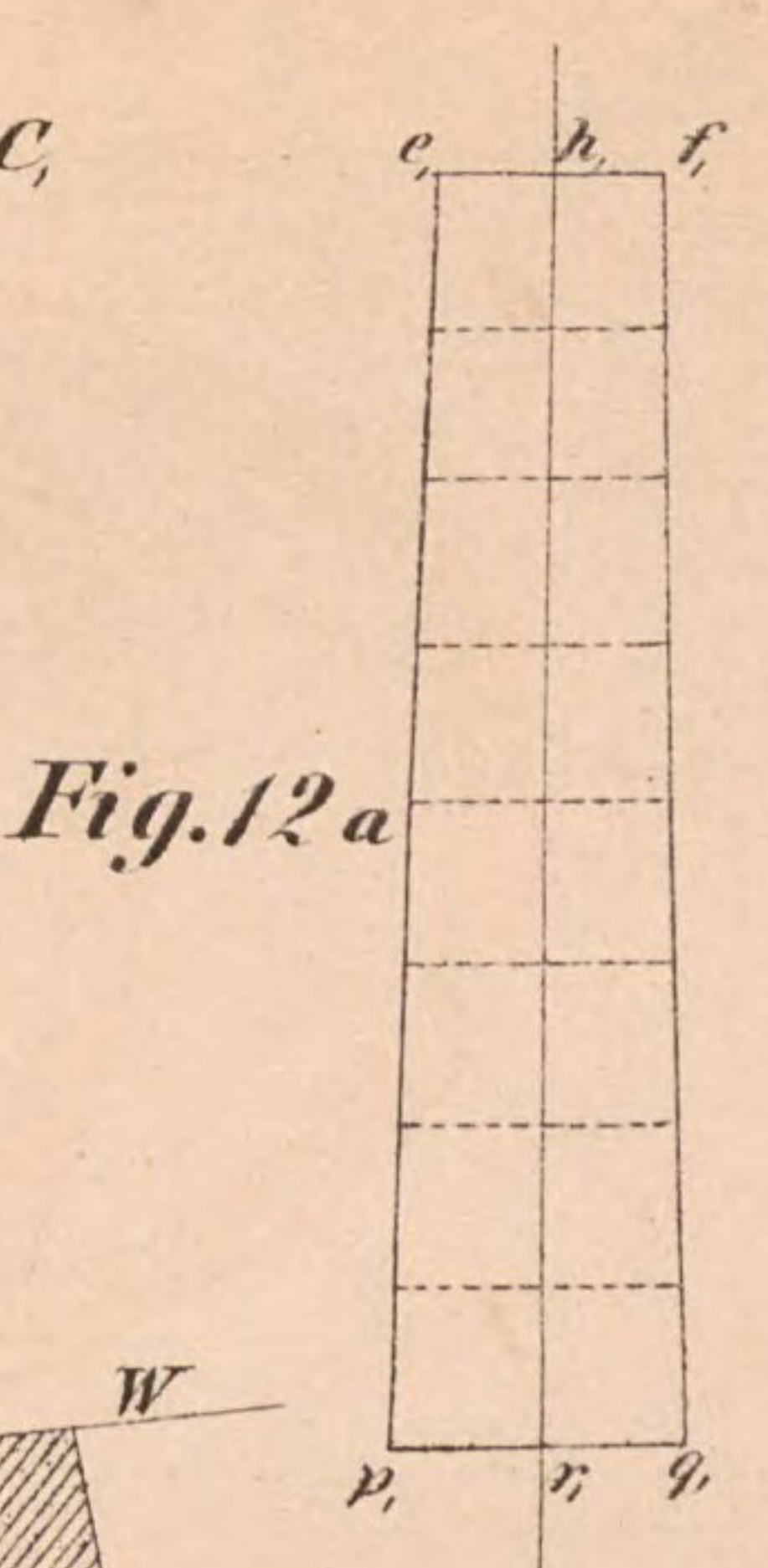
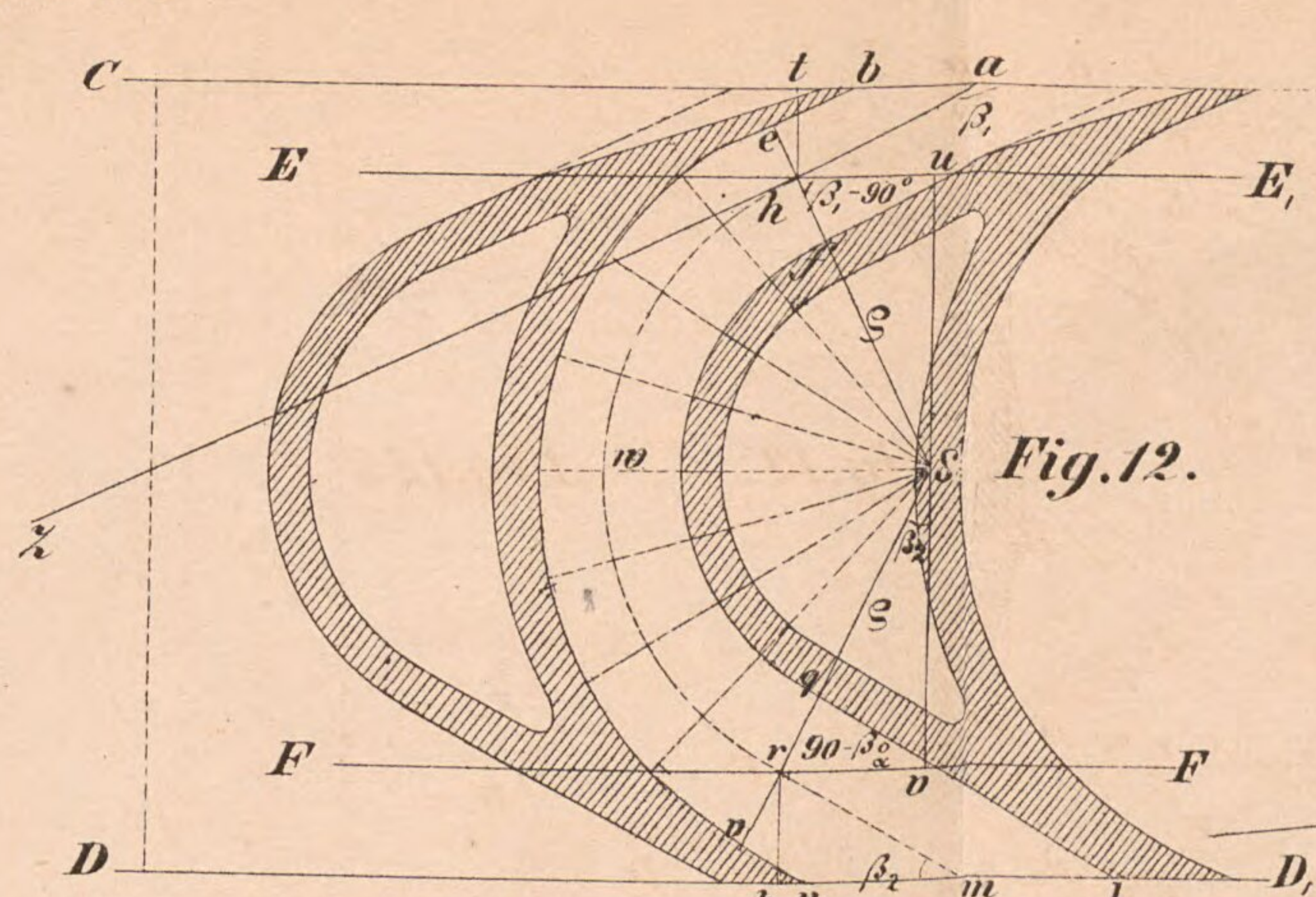
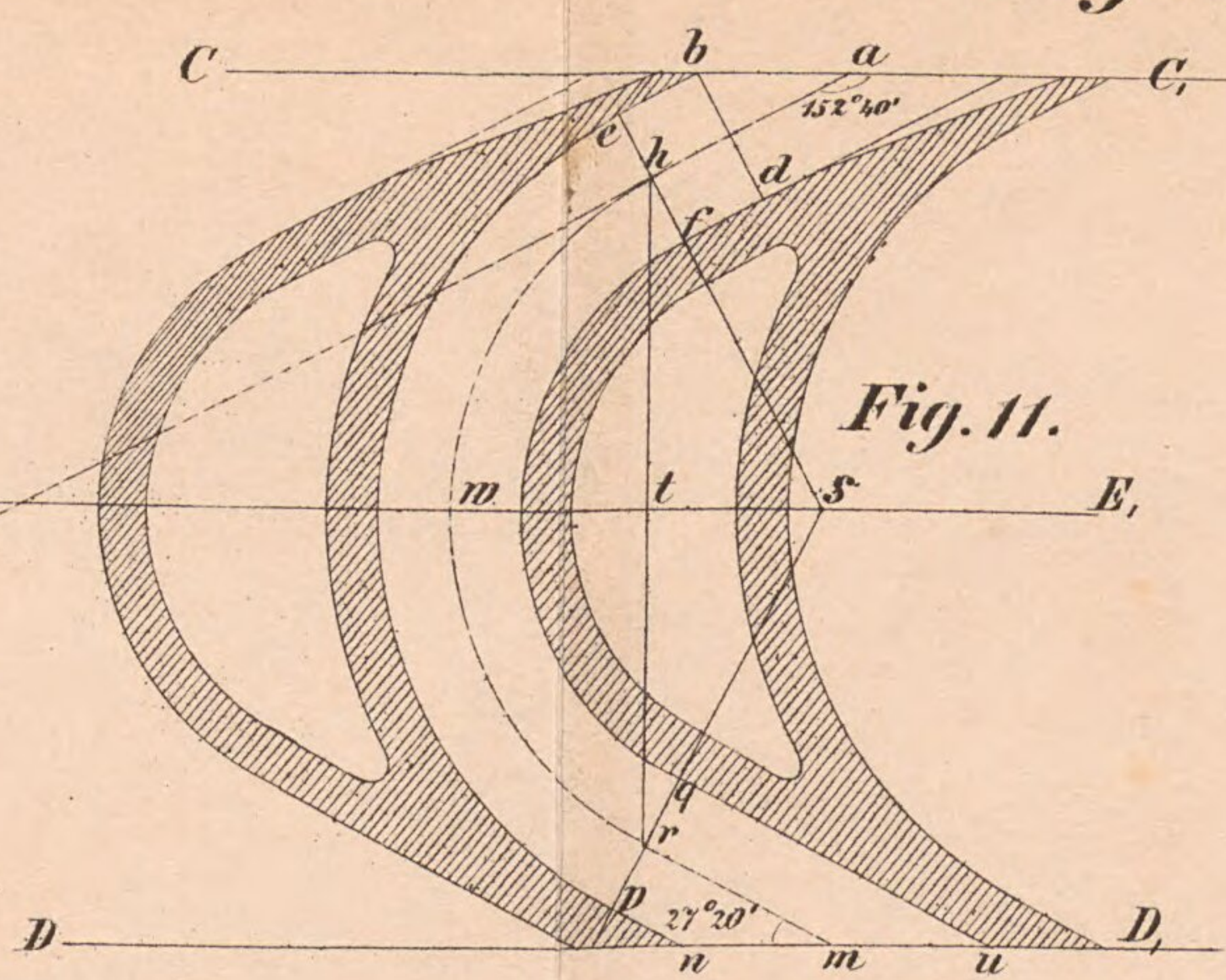
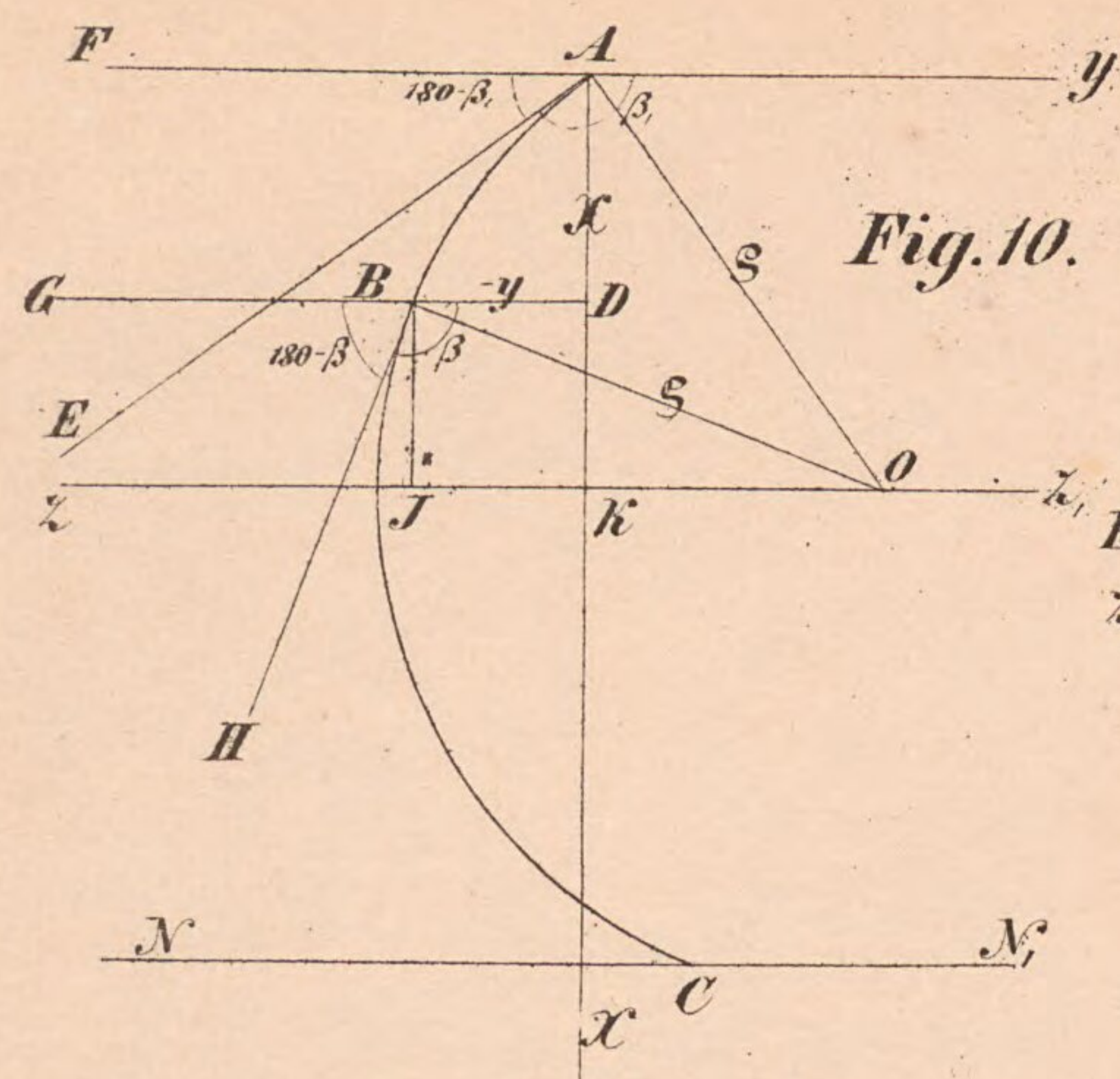
Ta



Fig

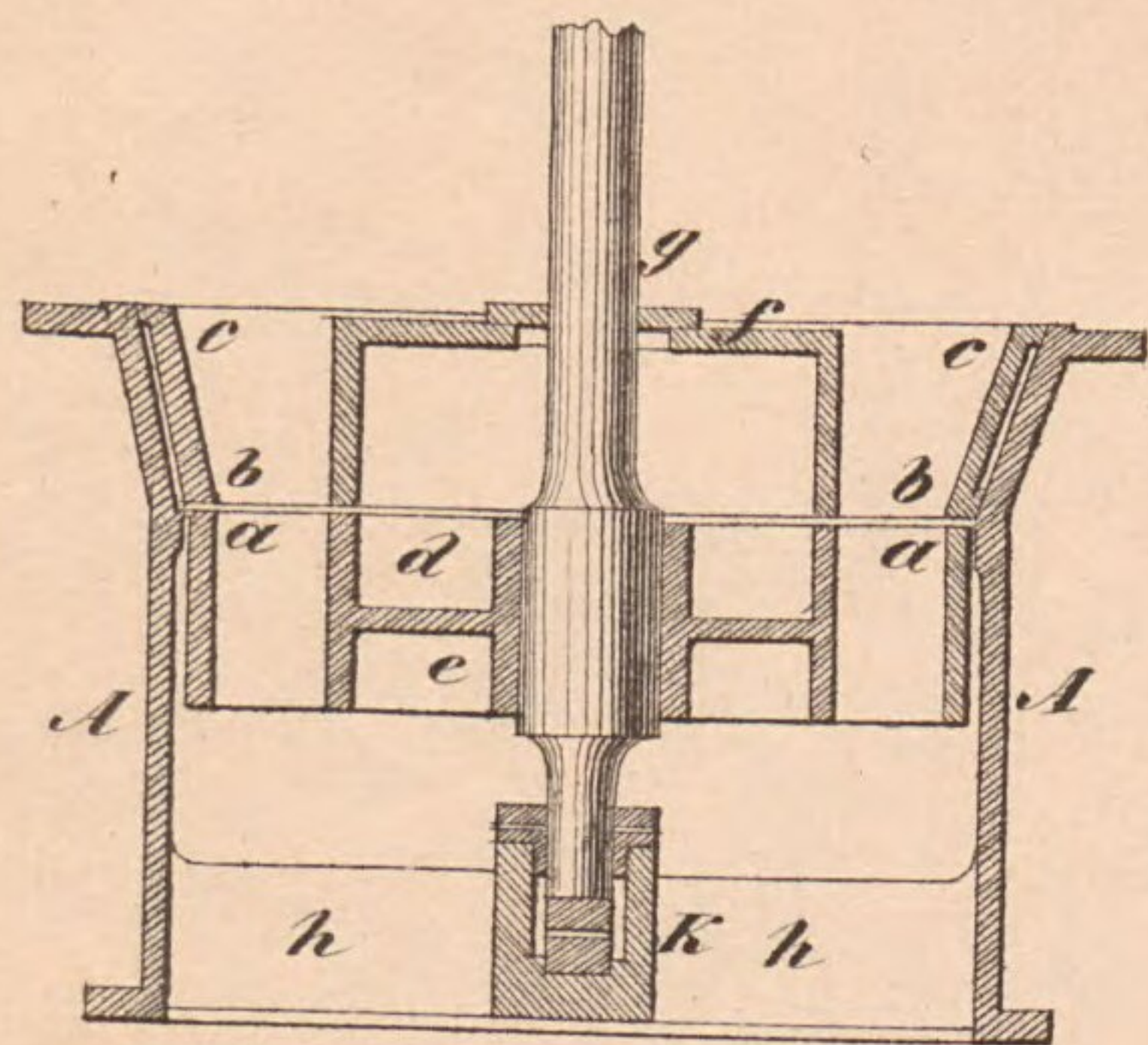


Taf. II. Fig 10. bis 15.



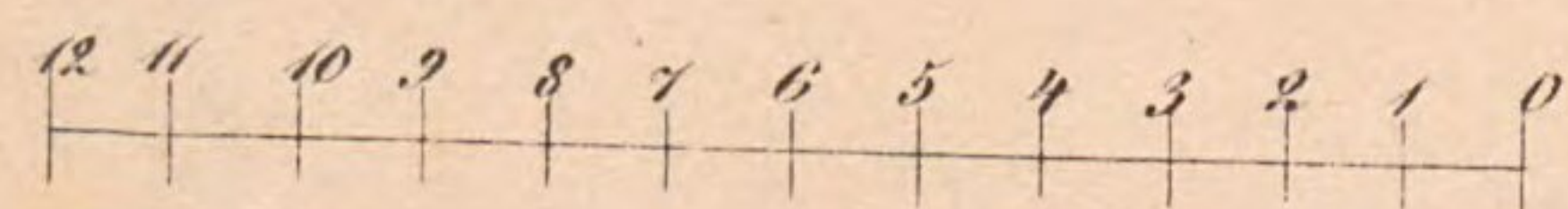
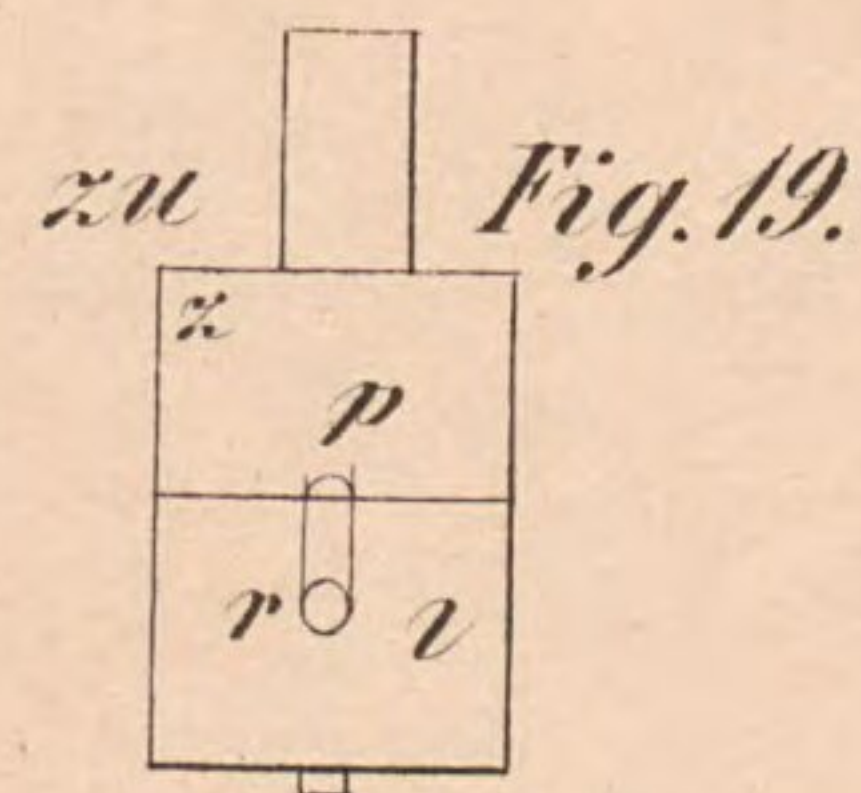
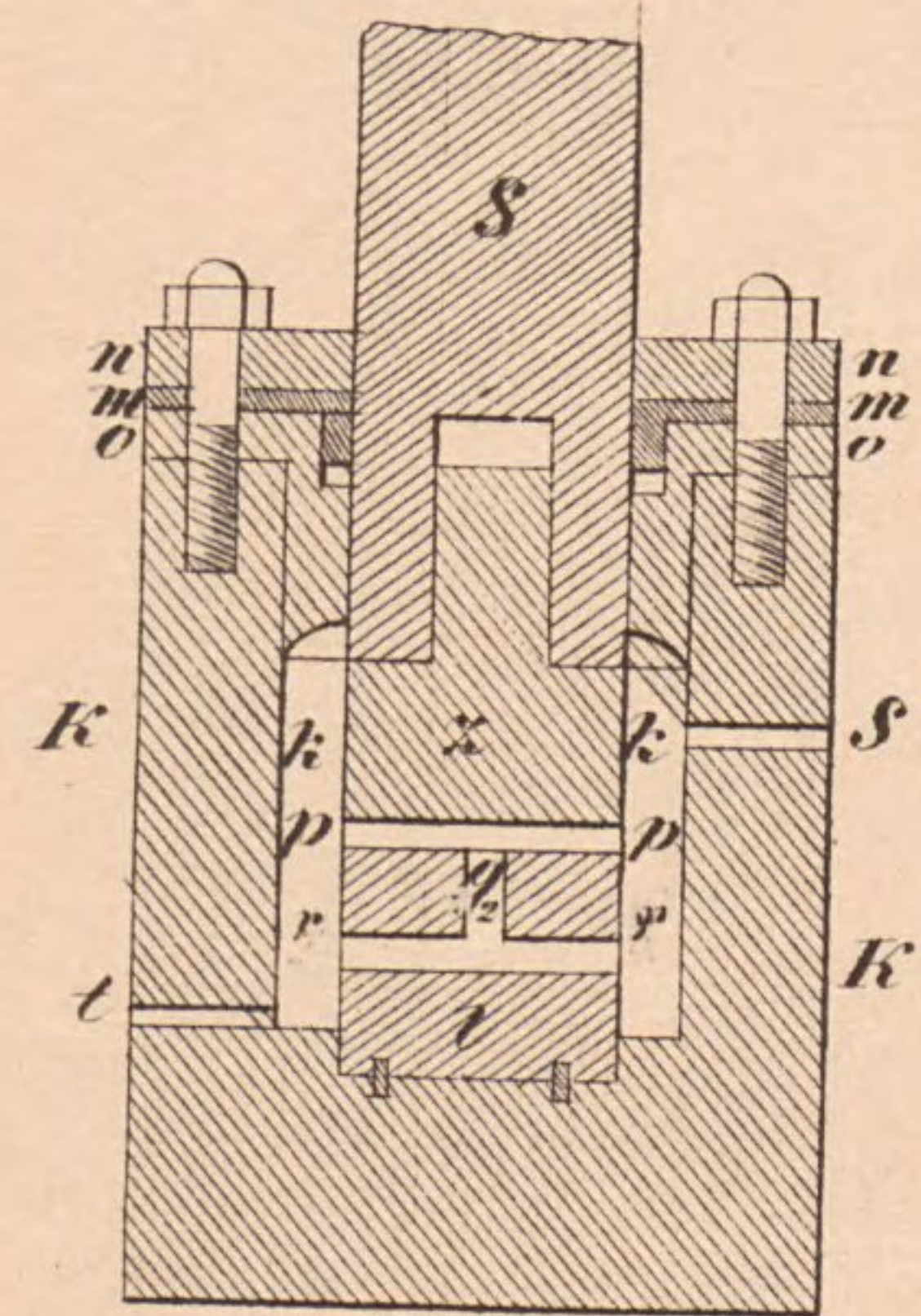
Taf. III. Fig. 16. bis 21.

Fig. 18.



zu Fig. 18.

Fig. 19.



zu Fig. 19.

Fig. 16.

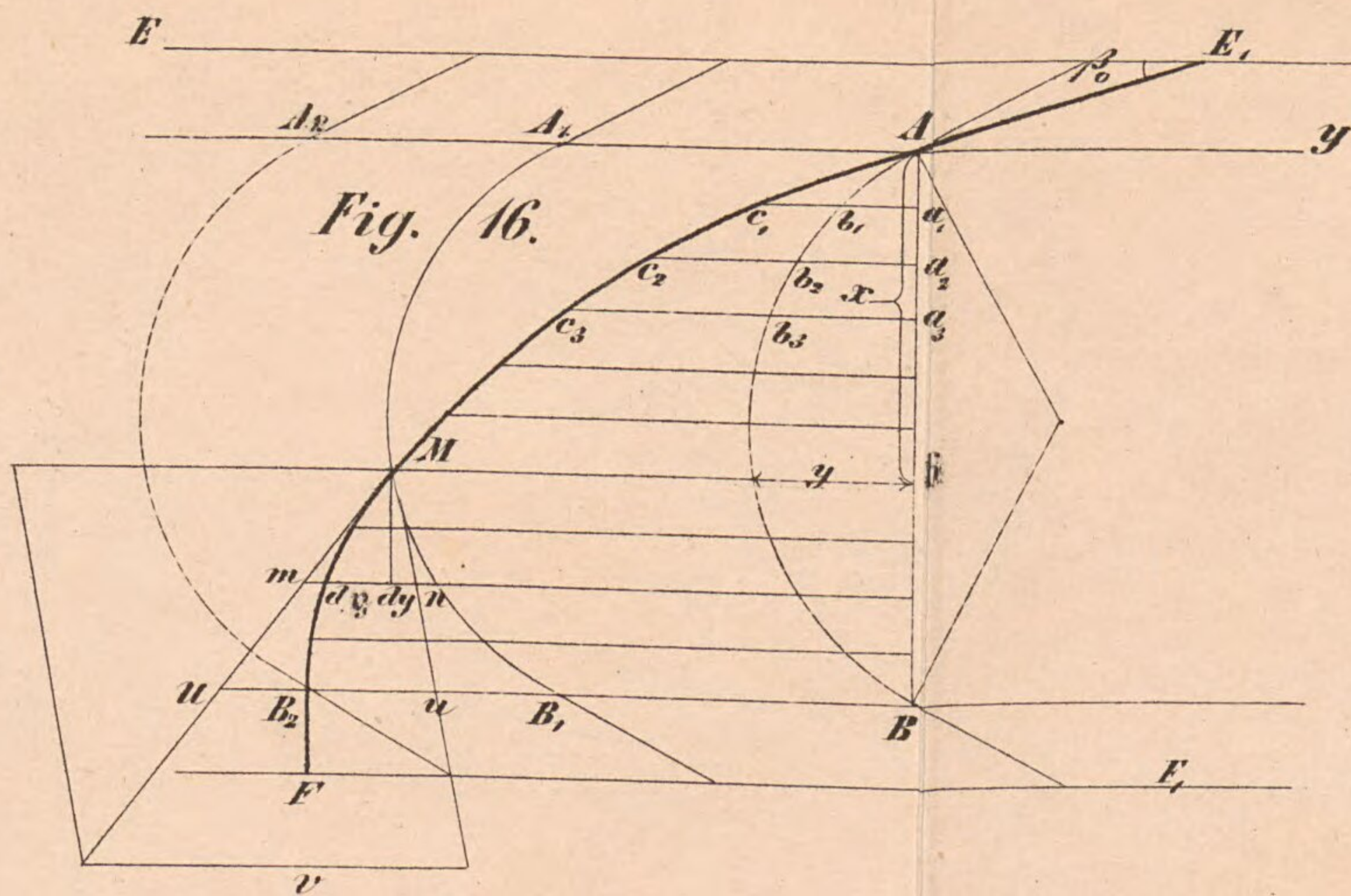


Fig. 17.

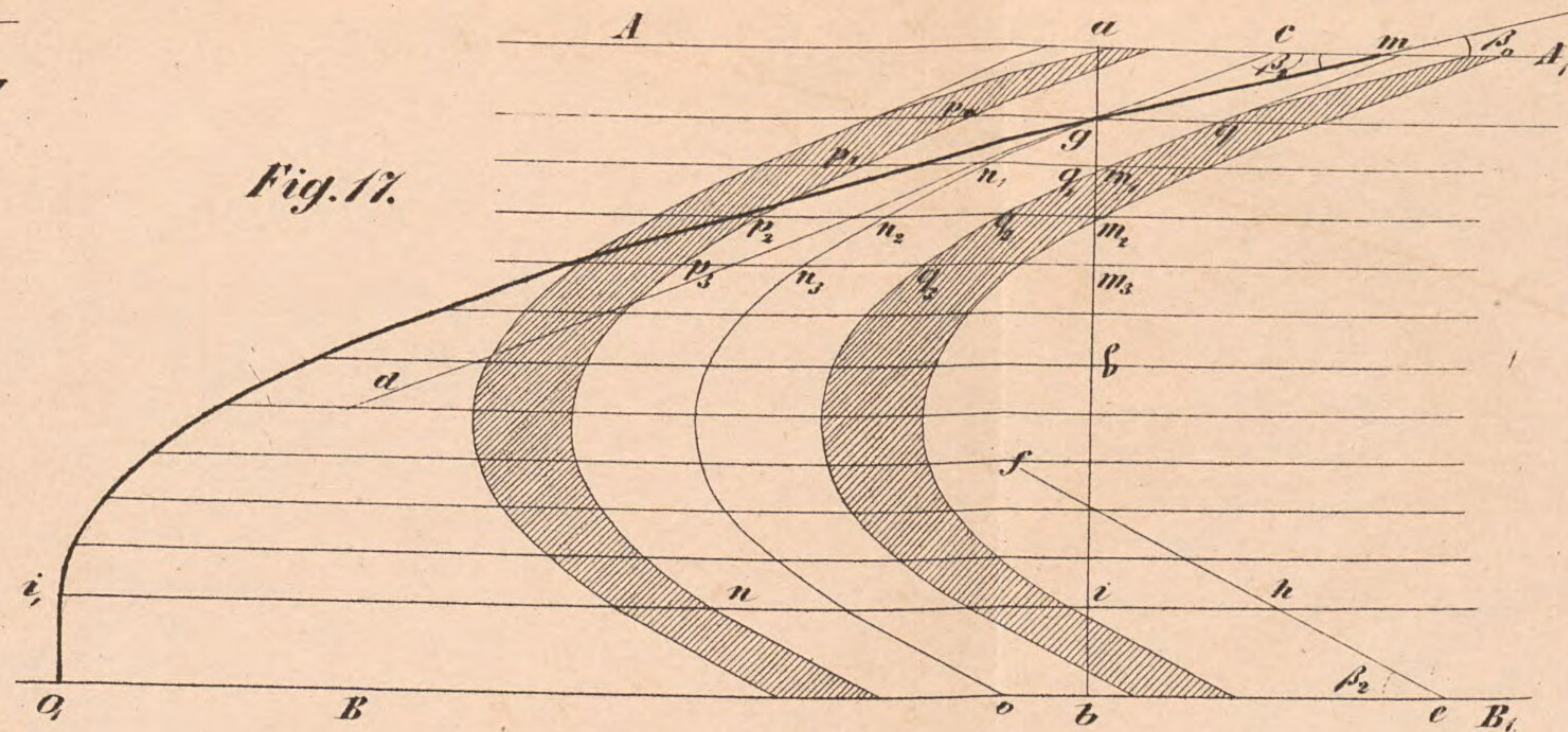


Fig. 20.

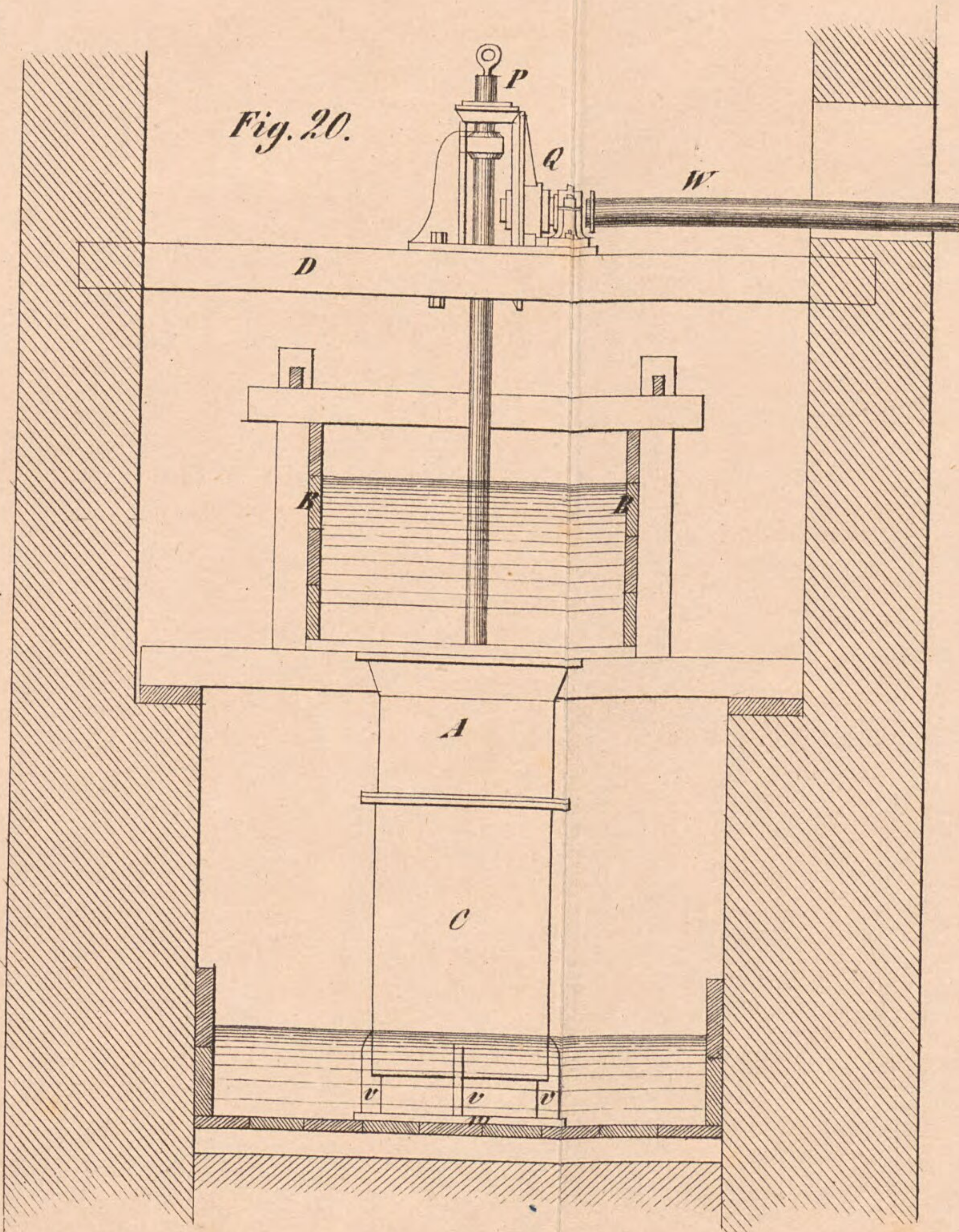


Fig. 21.

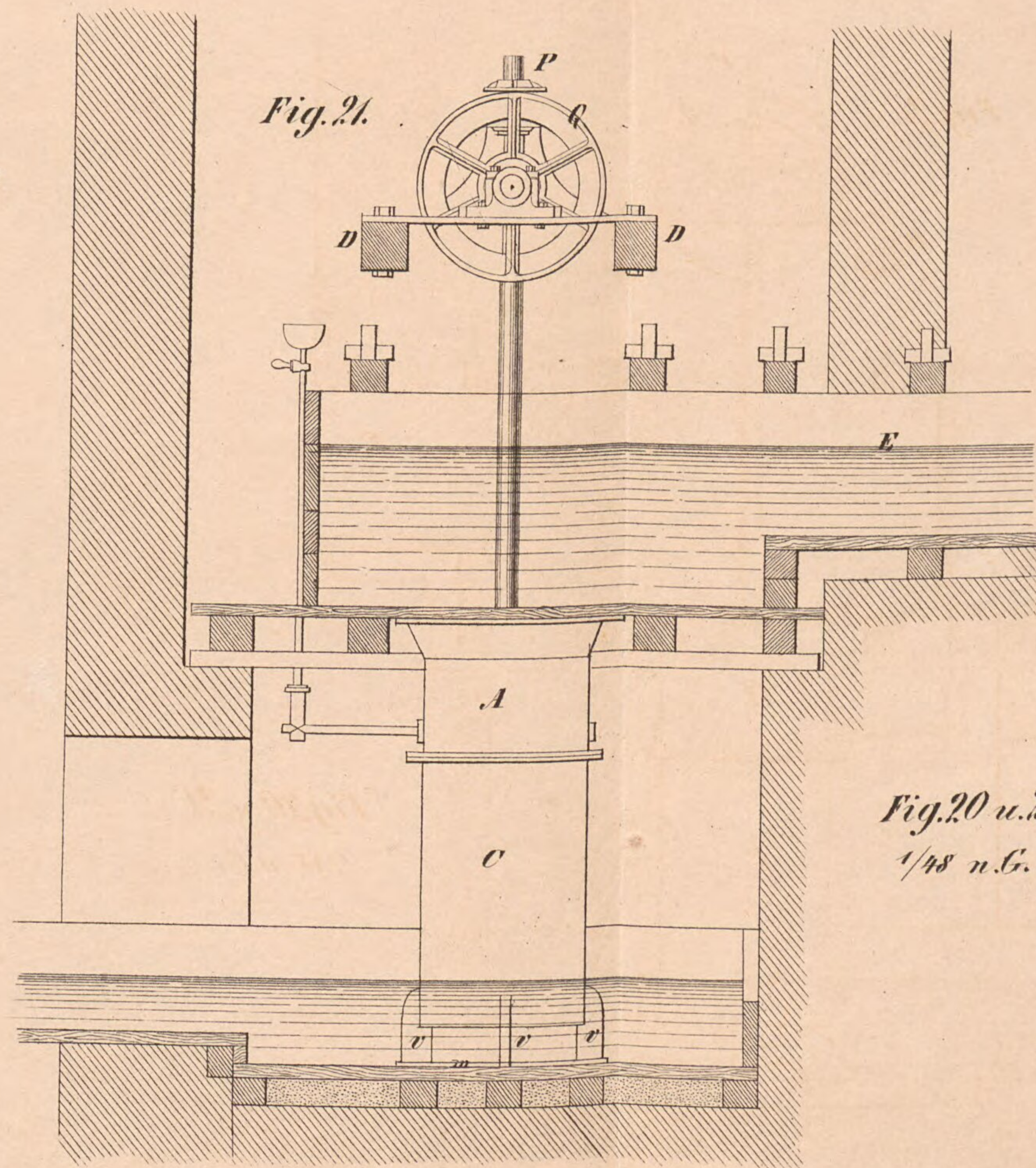
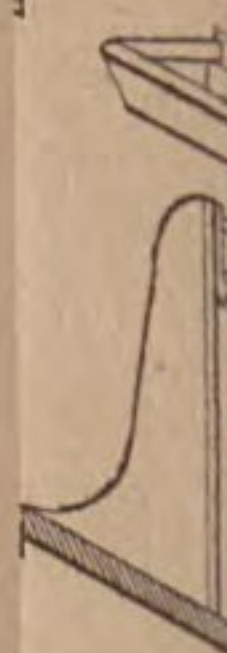


Fig. 20 u. 21.
1/48 n.G.

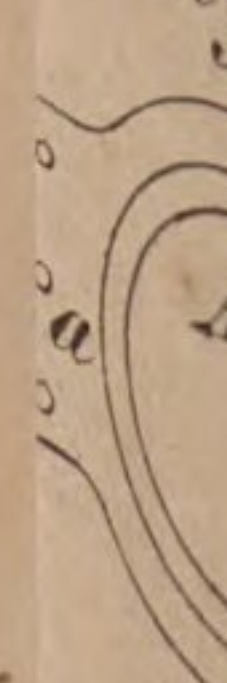
Fig. 2.

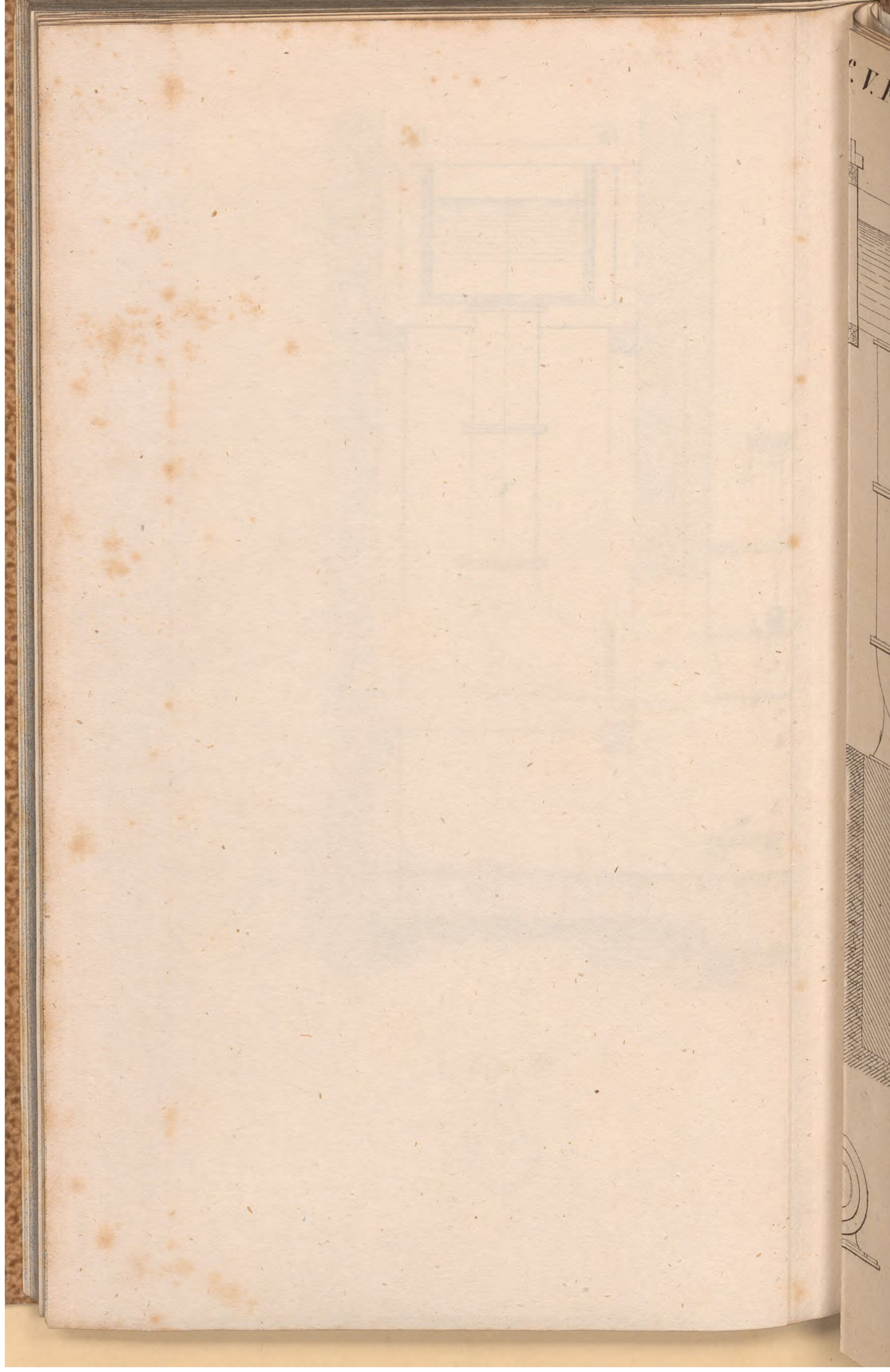


c. B.



F.





Taf. V. Fig. 29 bis 36.

Fig. 29.

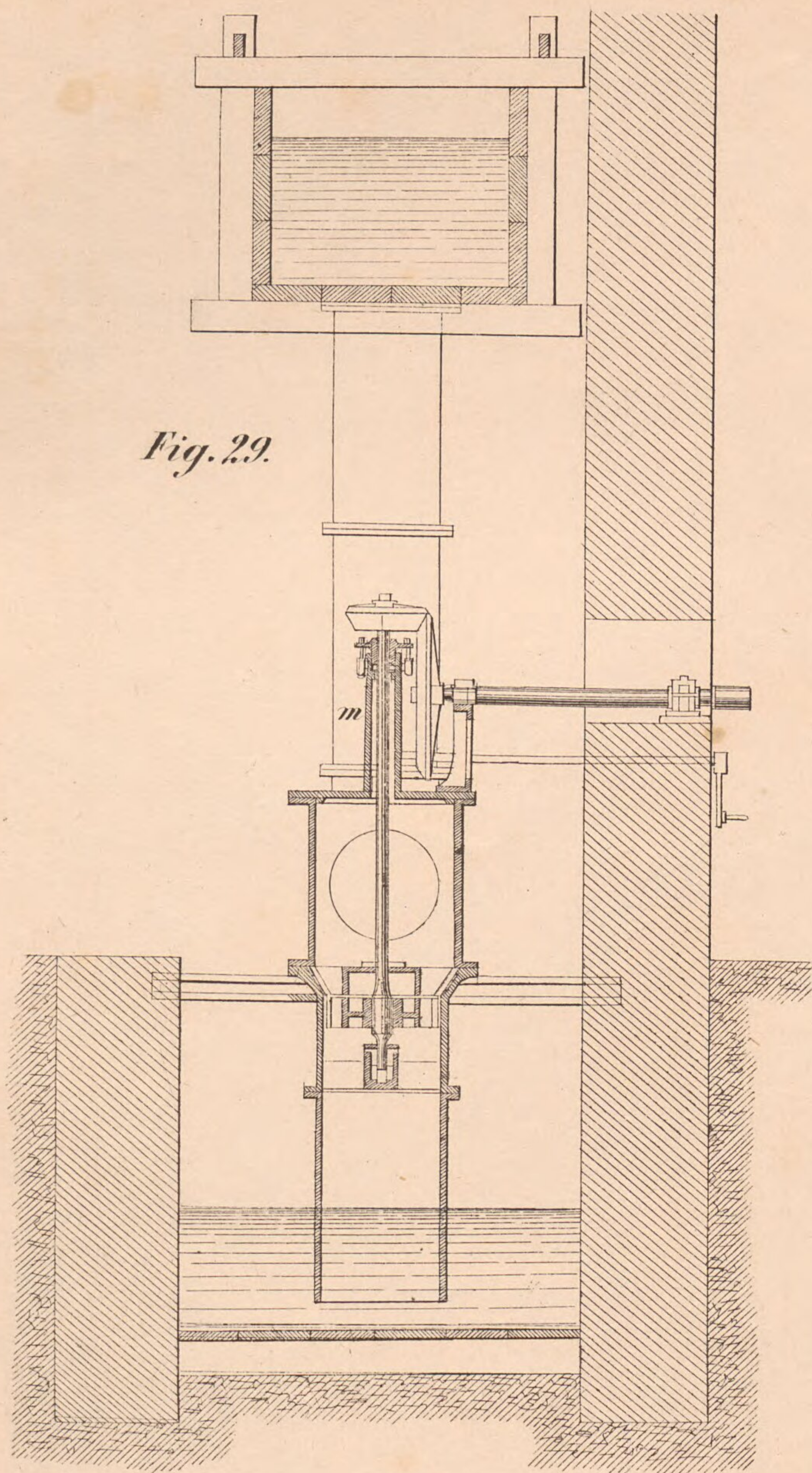


Fig. 30.

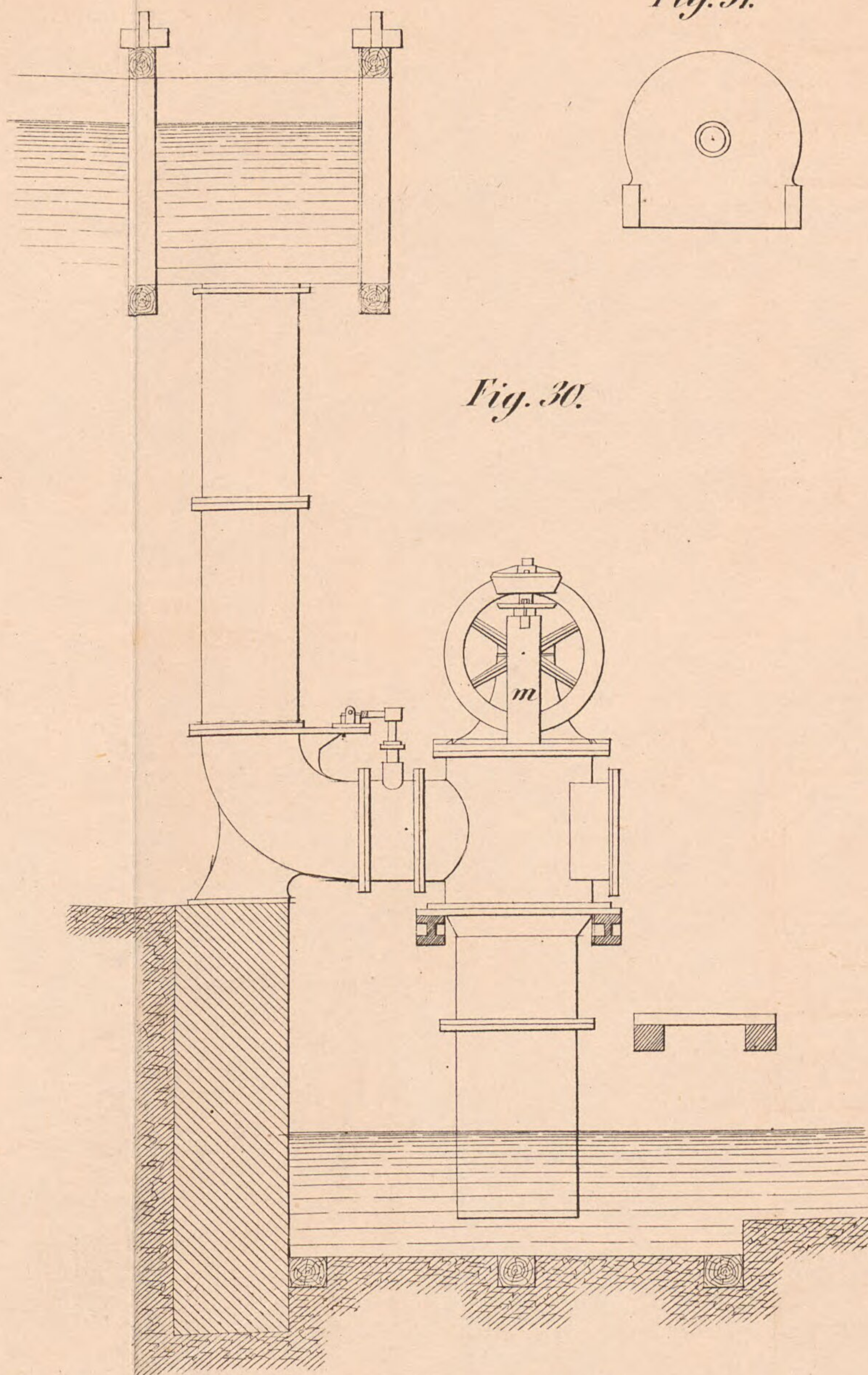


Fig. 31.

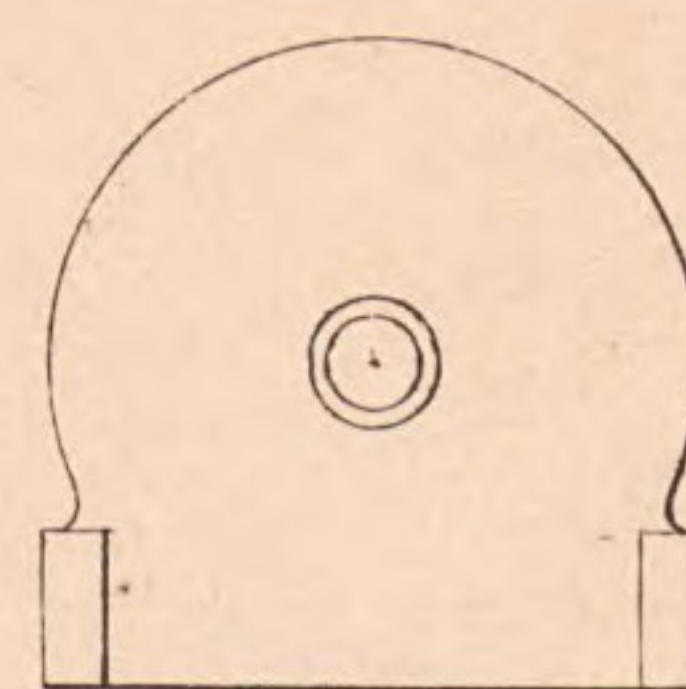


Fig. 32.

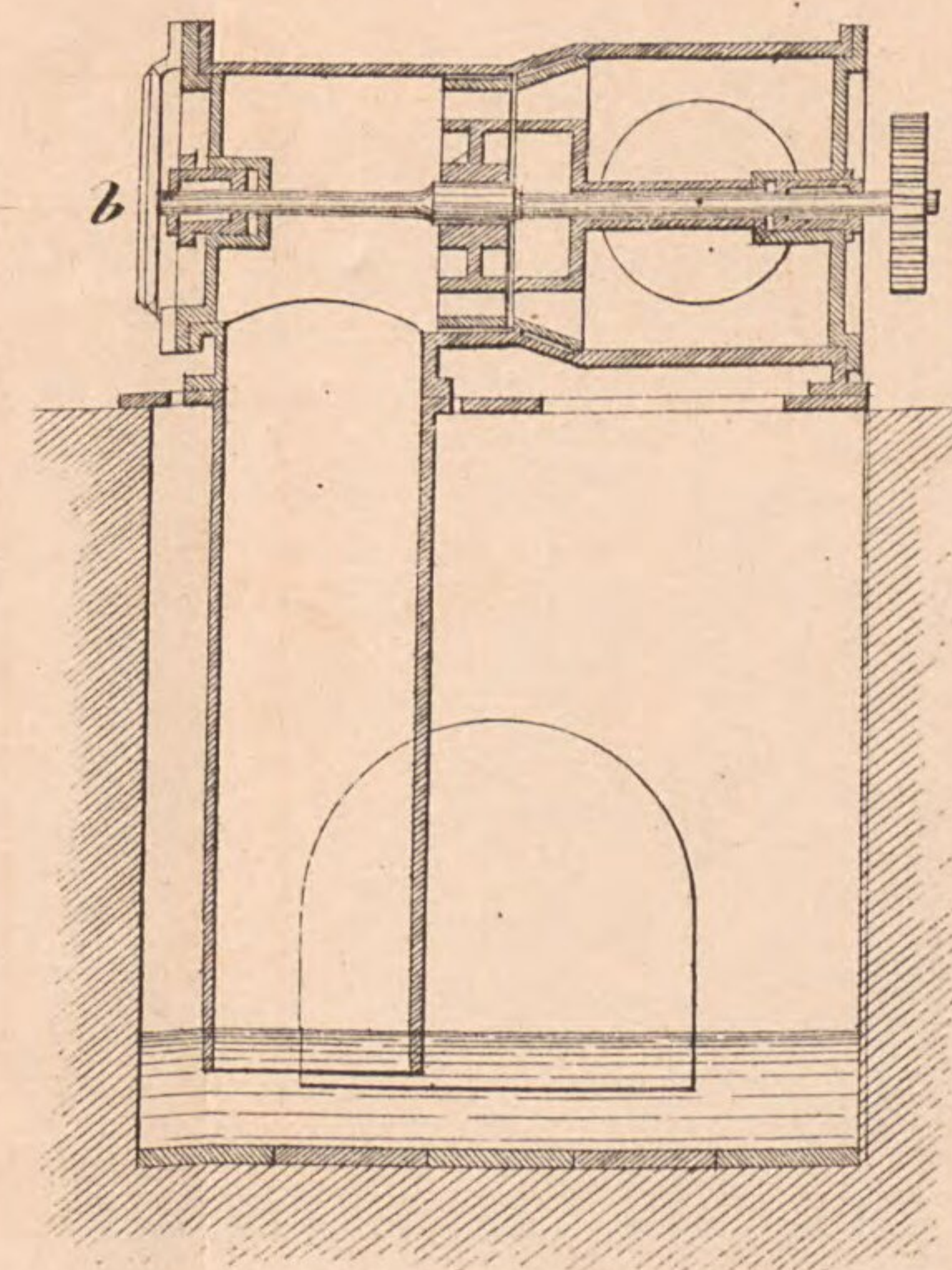


Fig. 33.

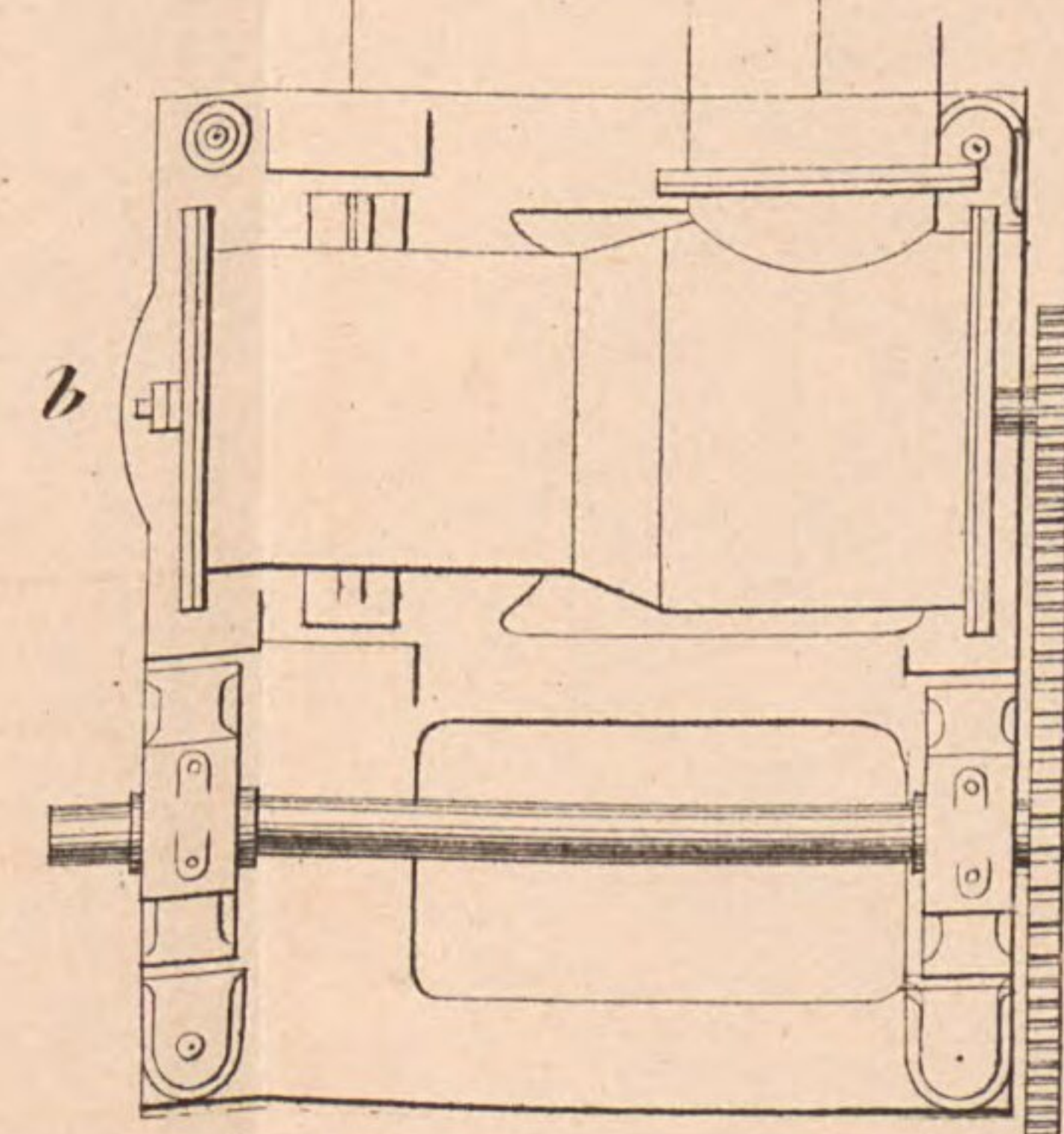


Fig. 36.

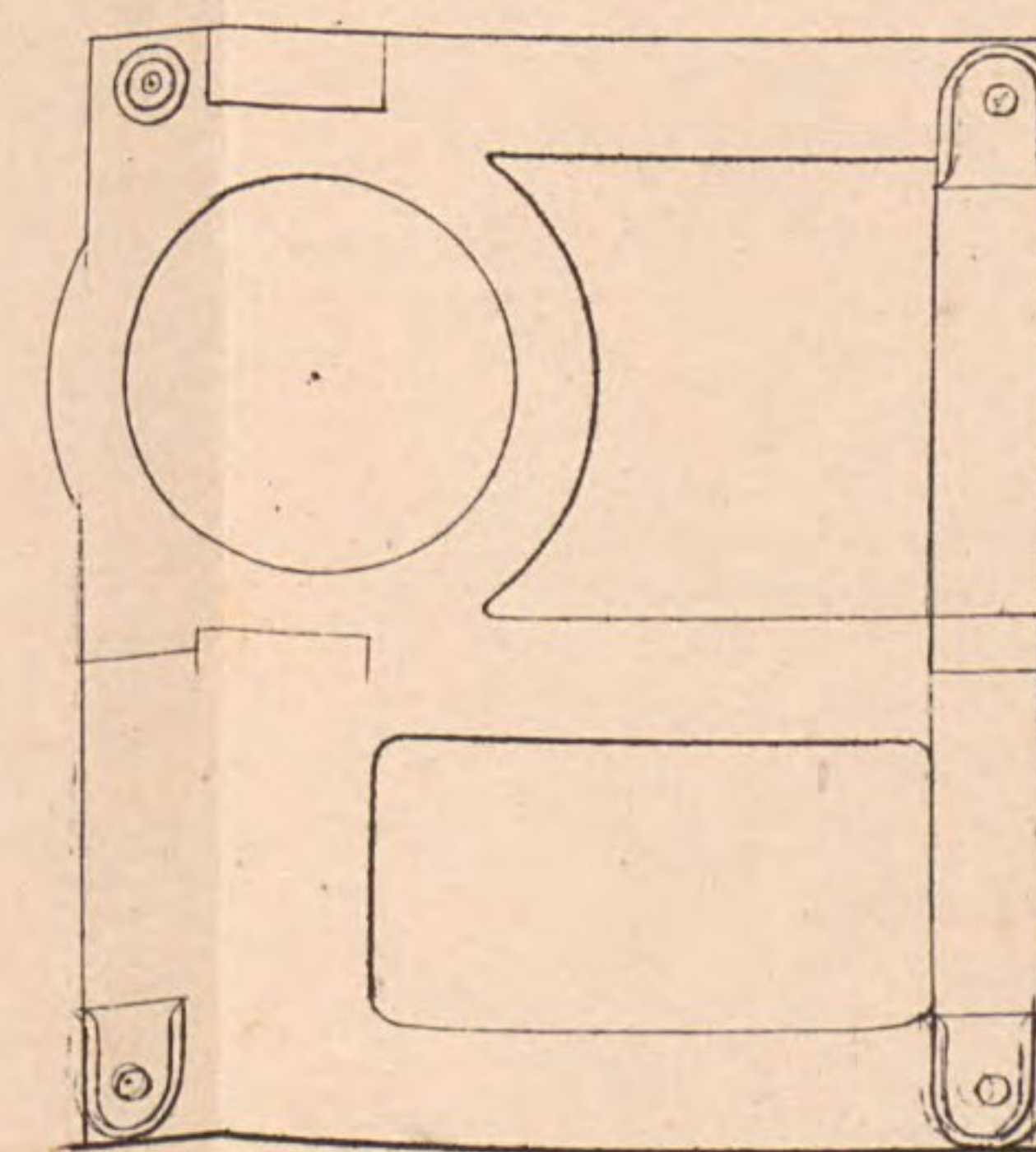


Fig. 34.

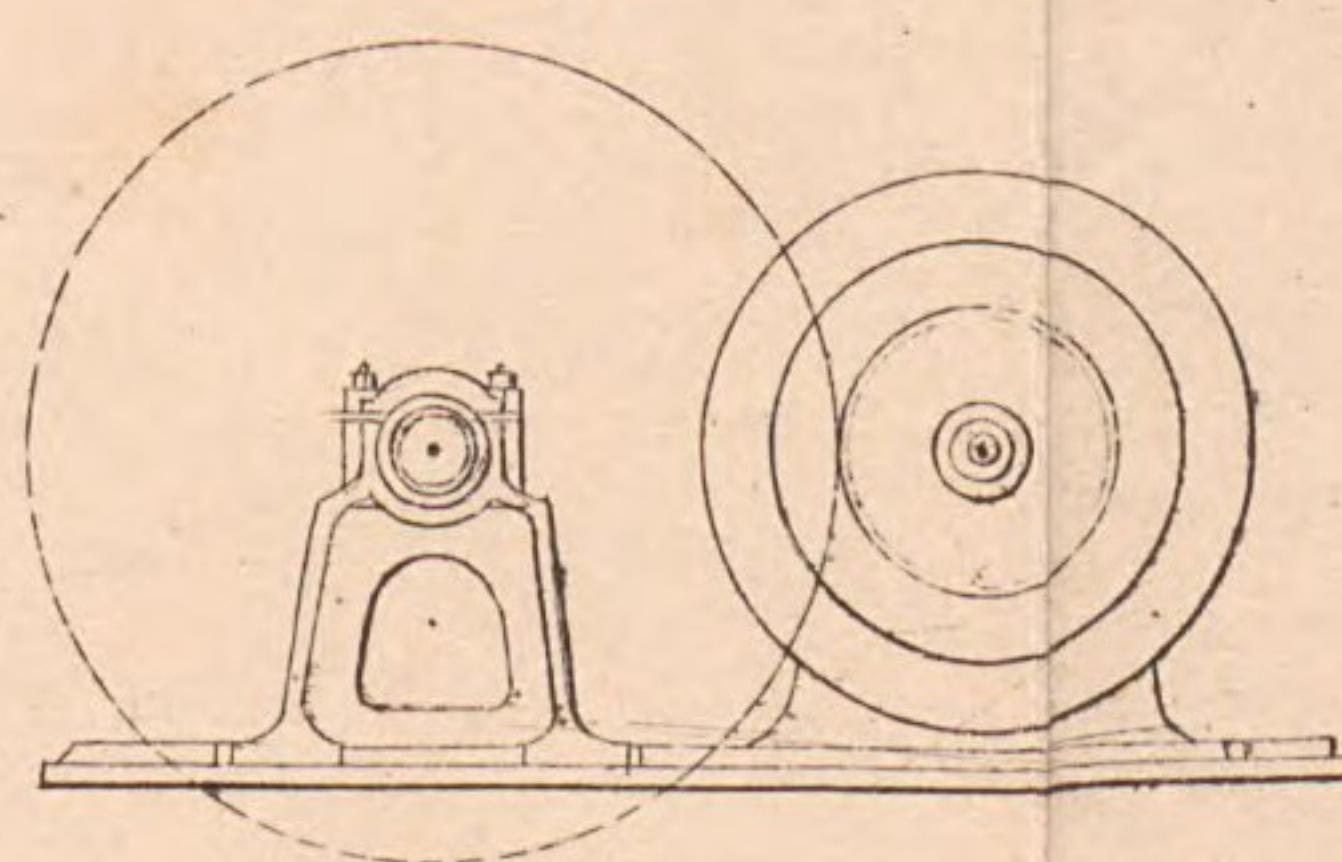
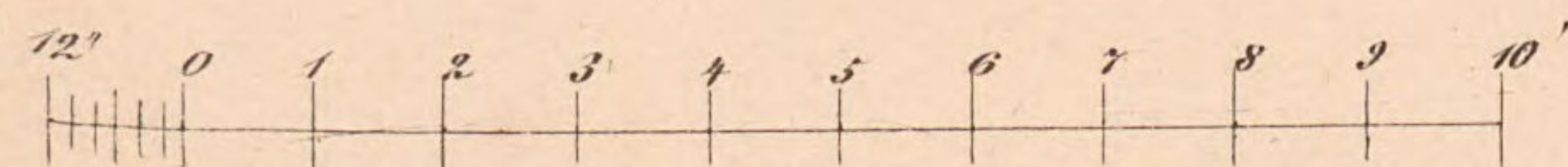
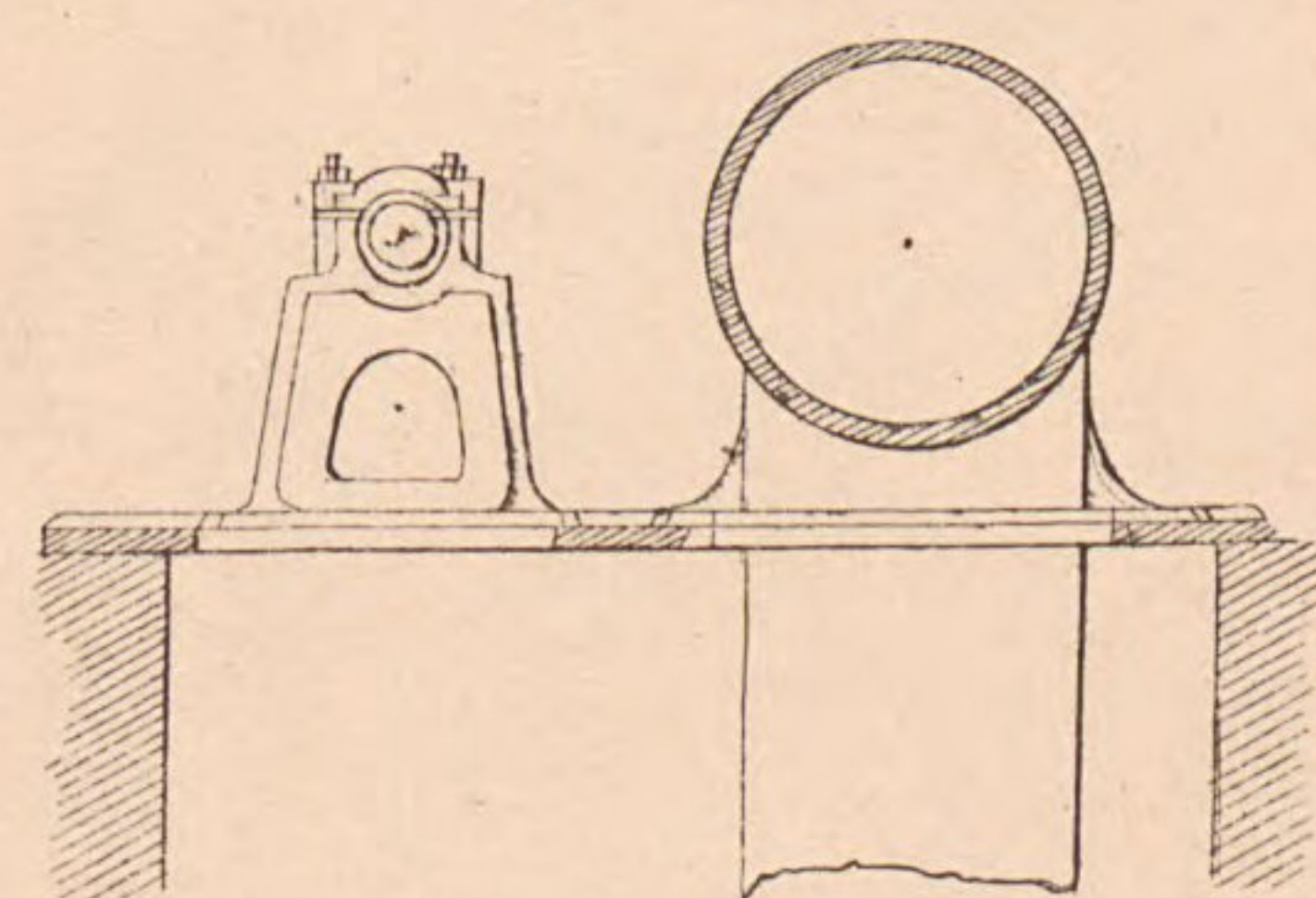
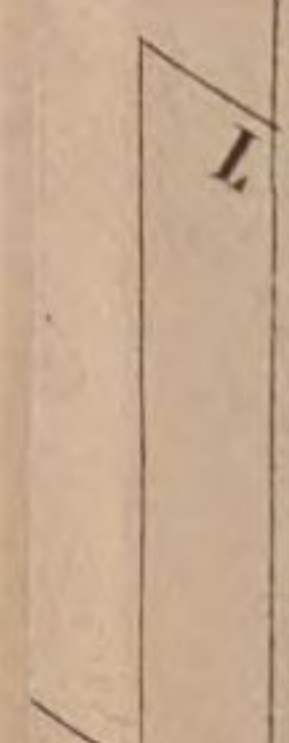
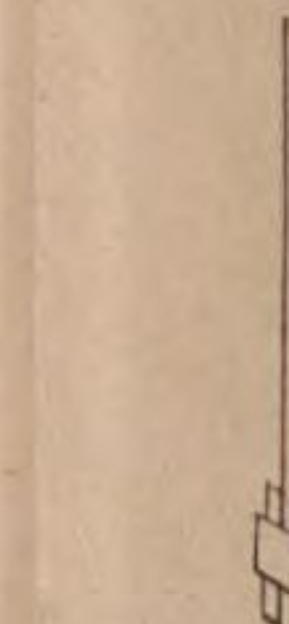


Fig. 35.



Taf.

Fig.



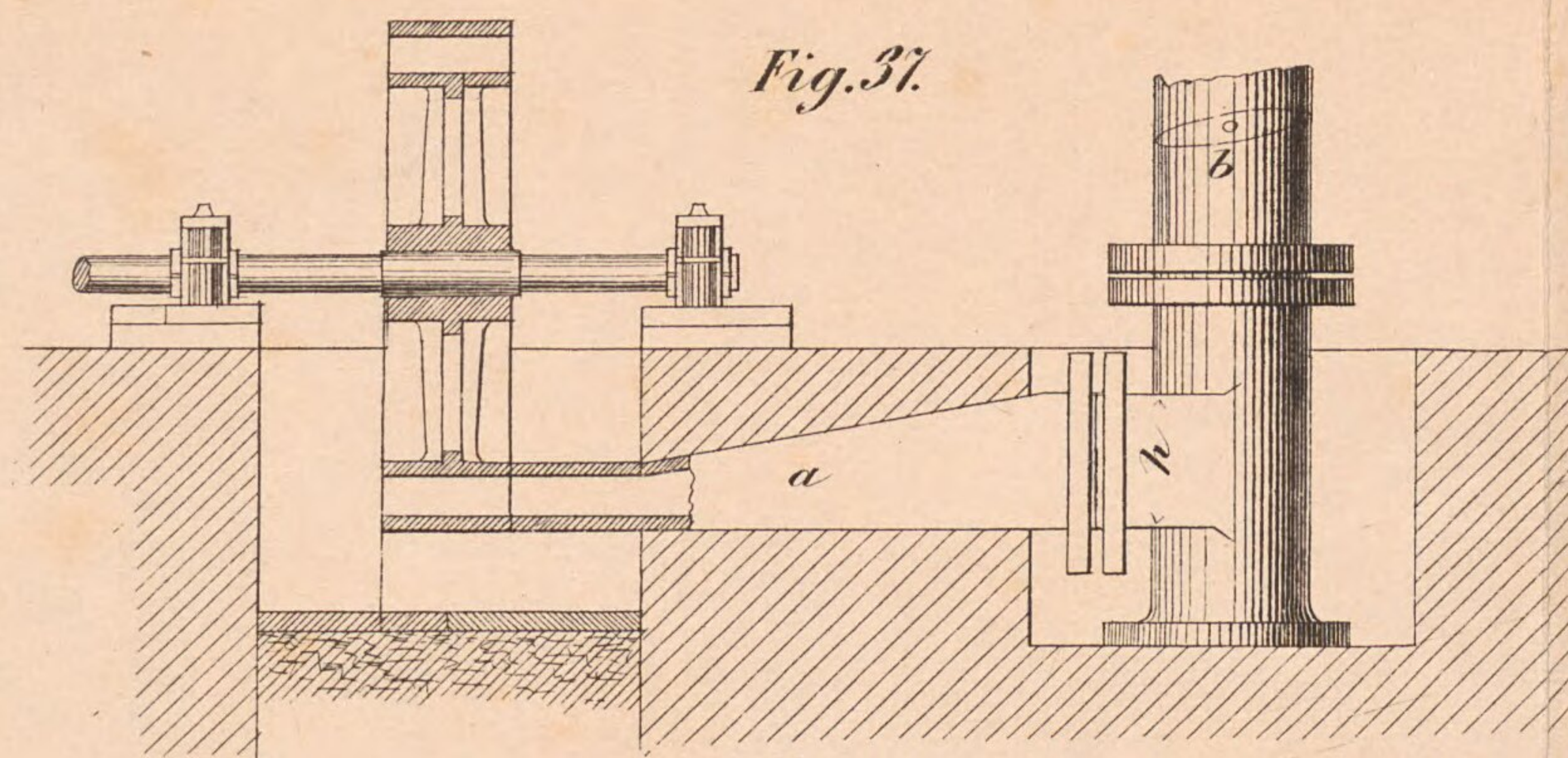


Fig. 37.

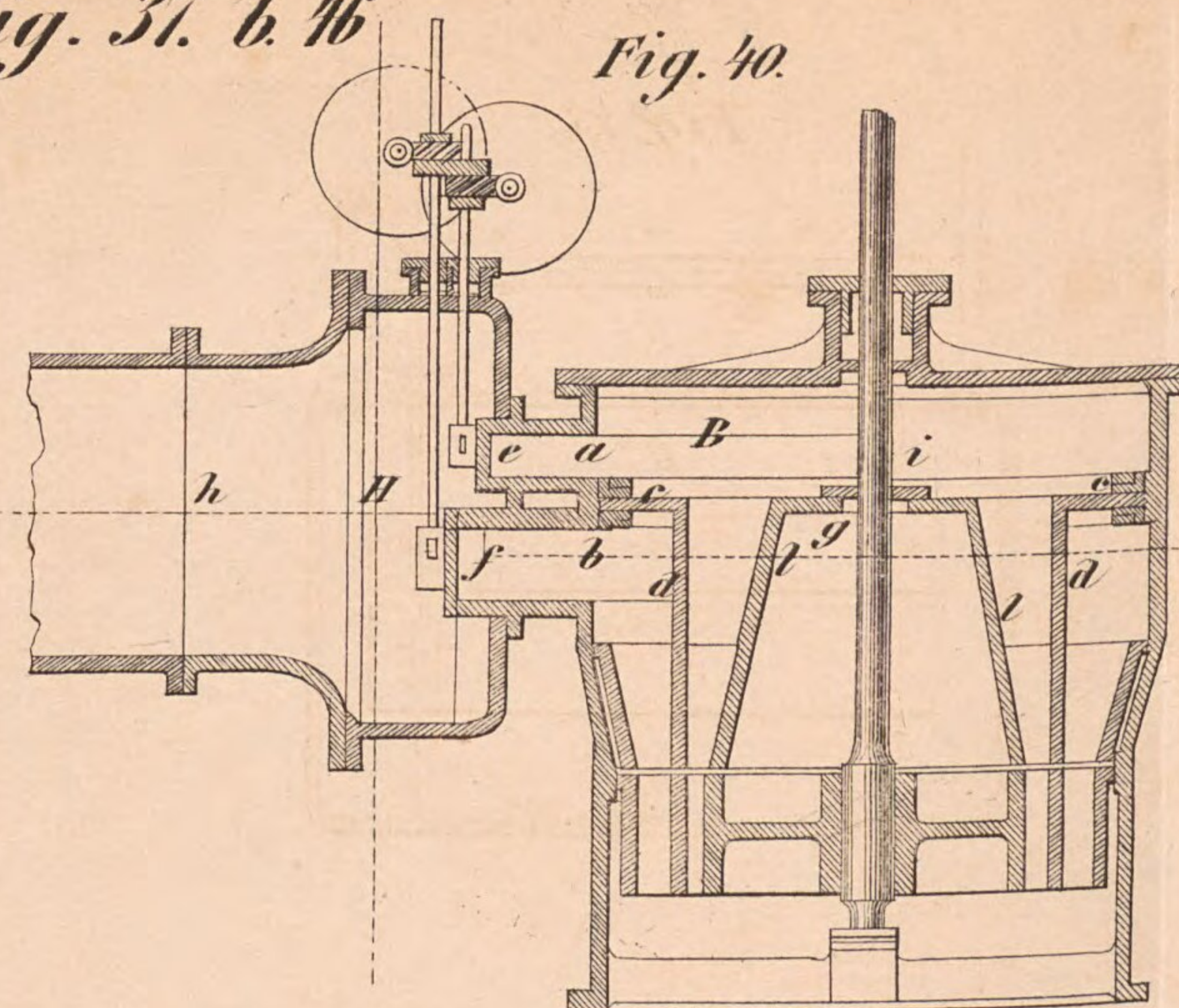


Fig. 40.

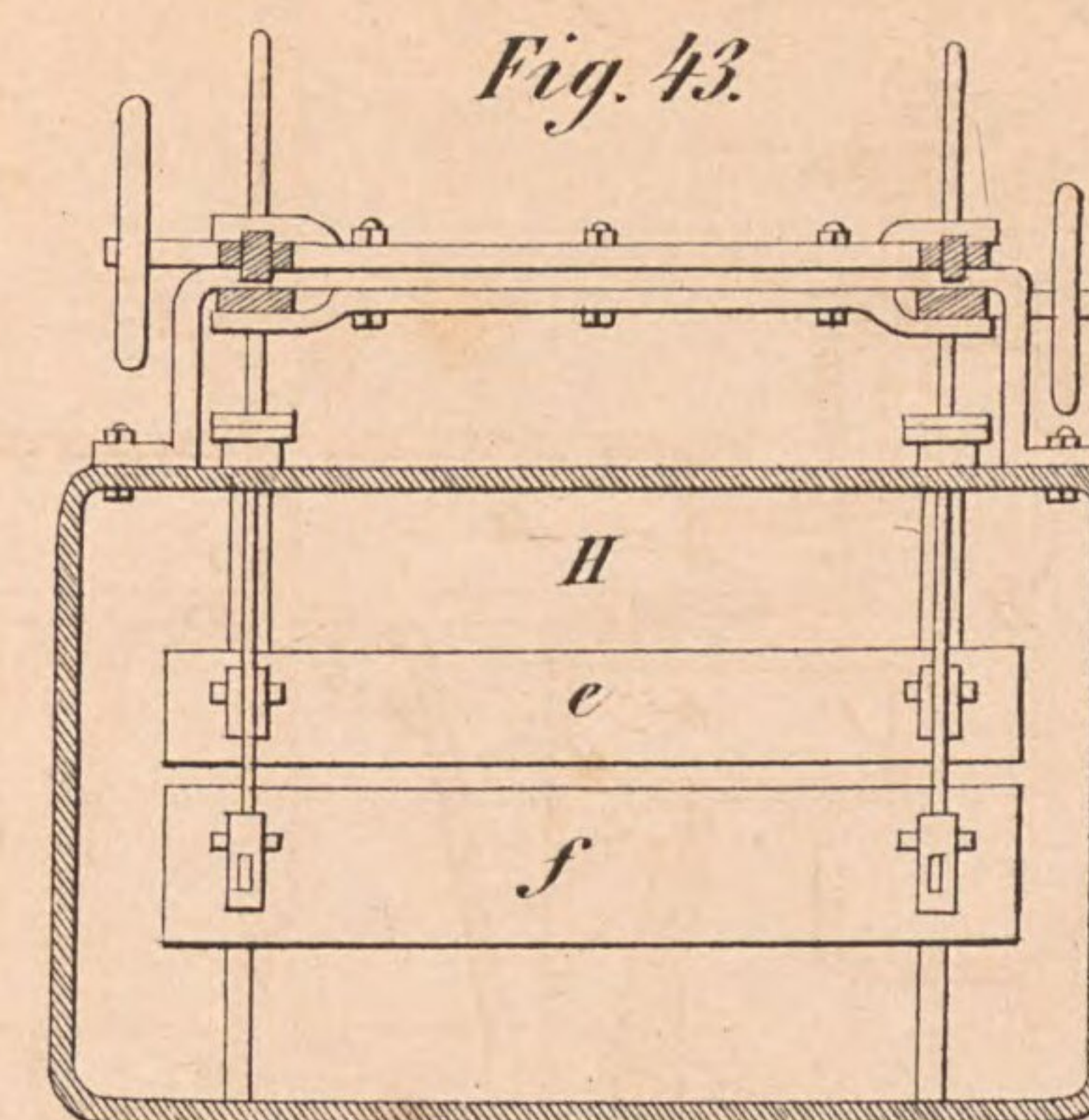


Fig. 43.

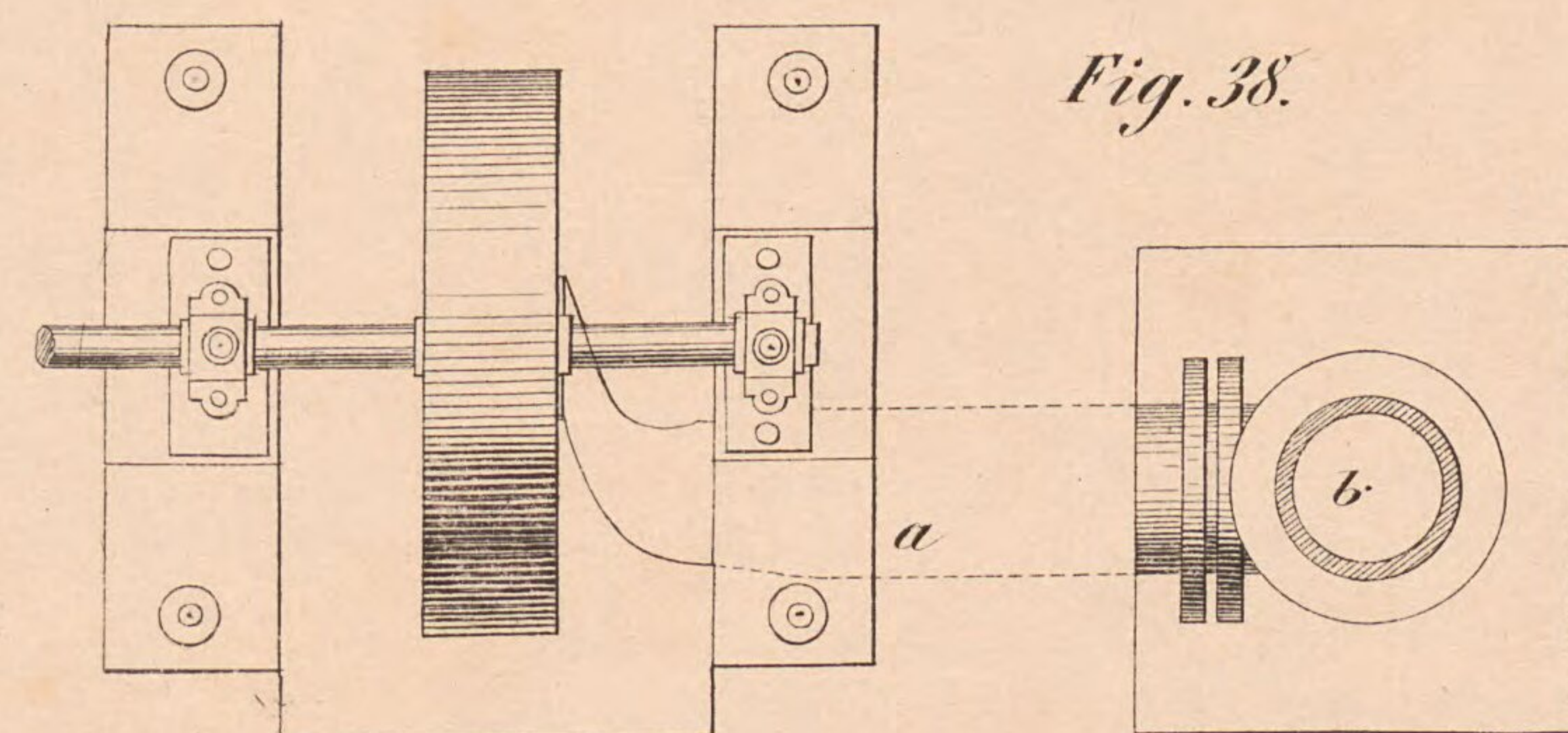


Fig. 38.

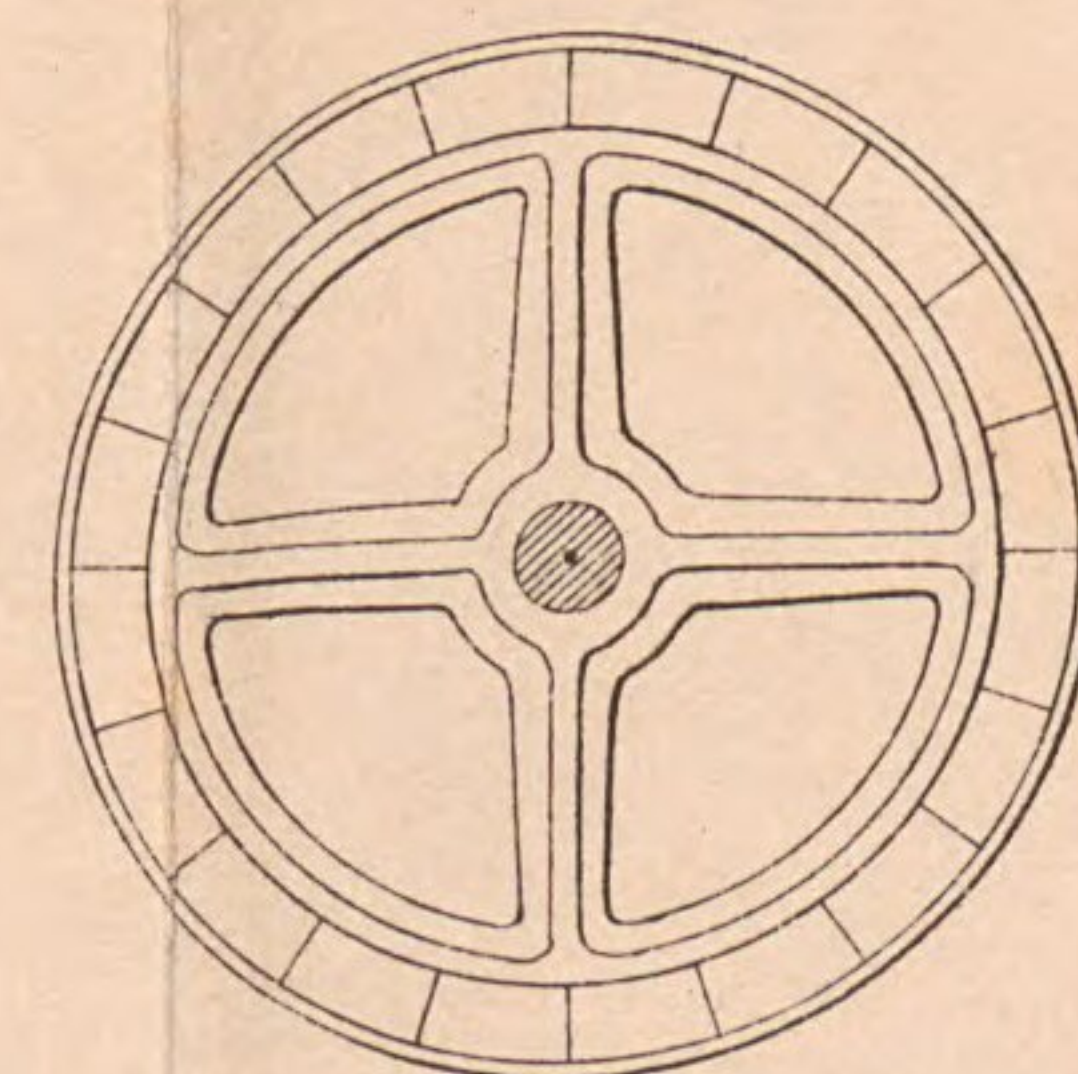


Fig. 39.

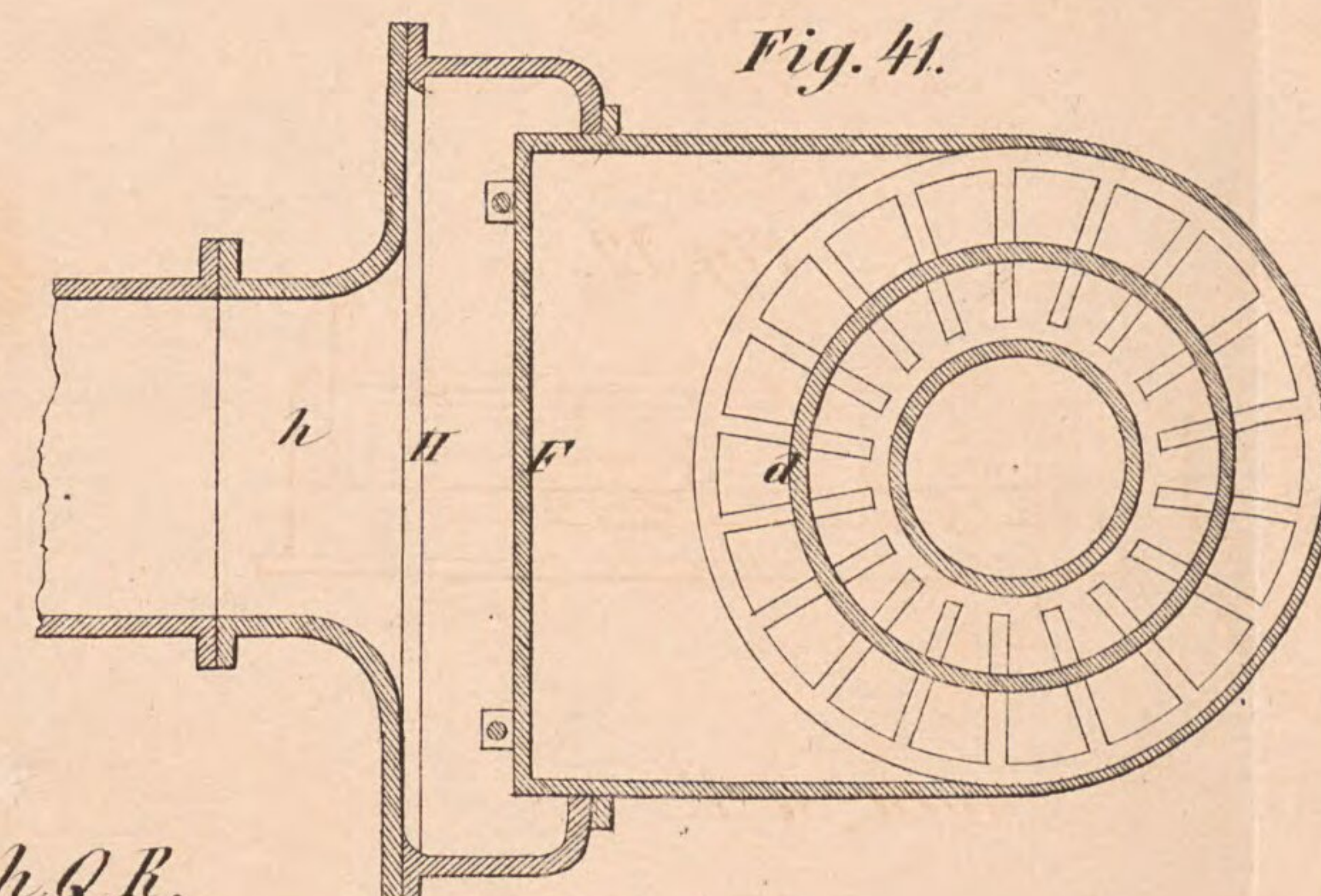


Fig. 41.



Fig. 42.

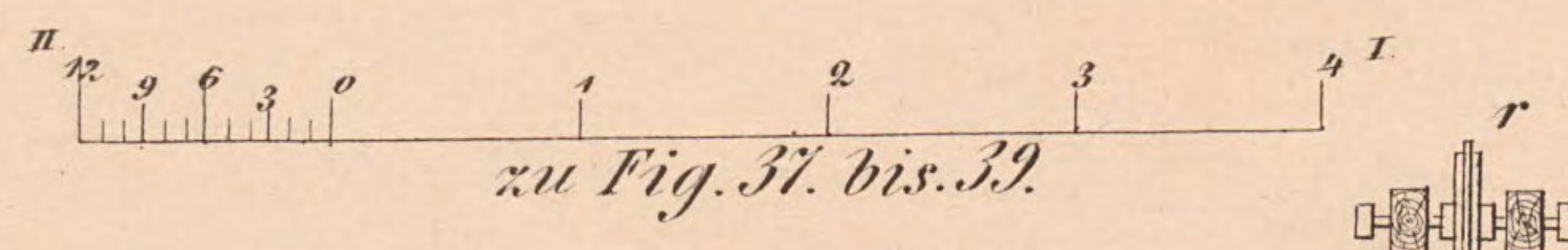


Fig. 46.

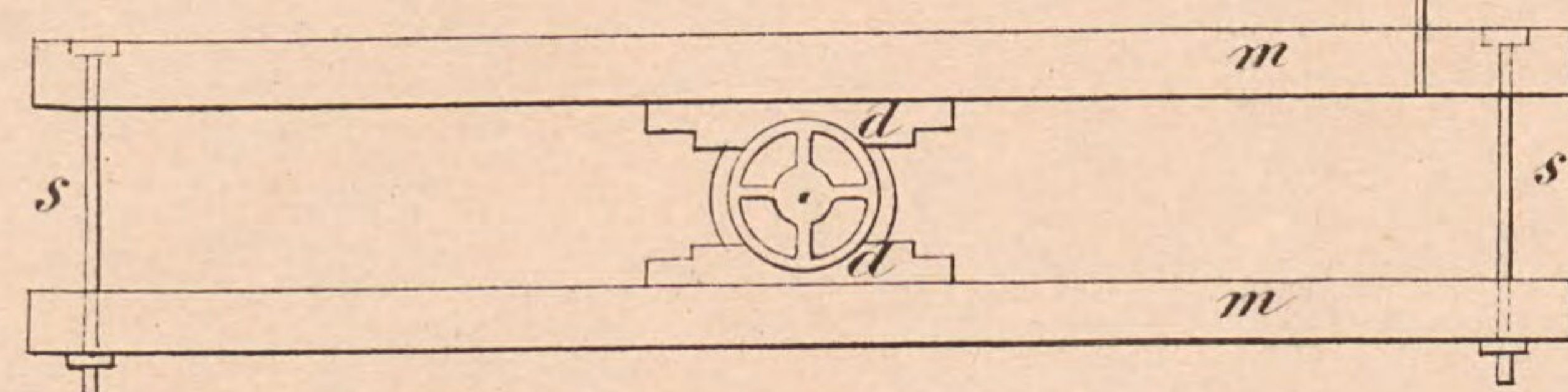


Fig. 44.

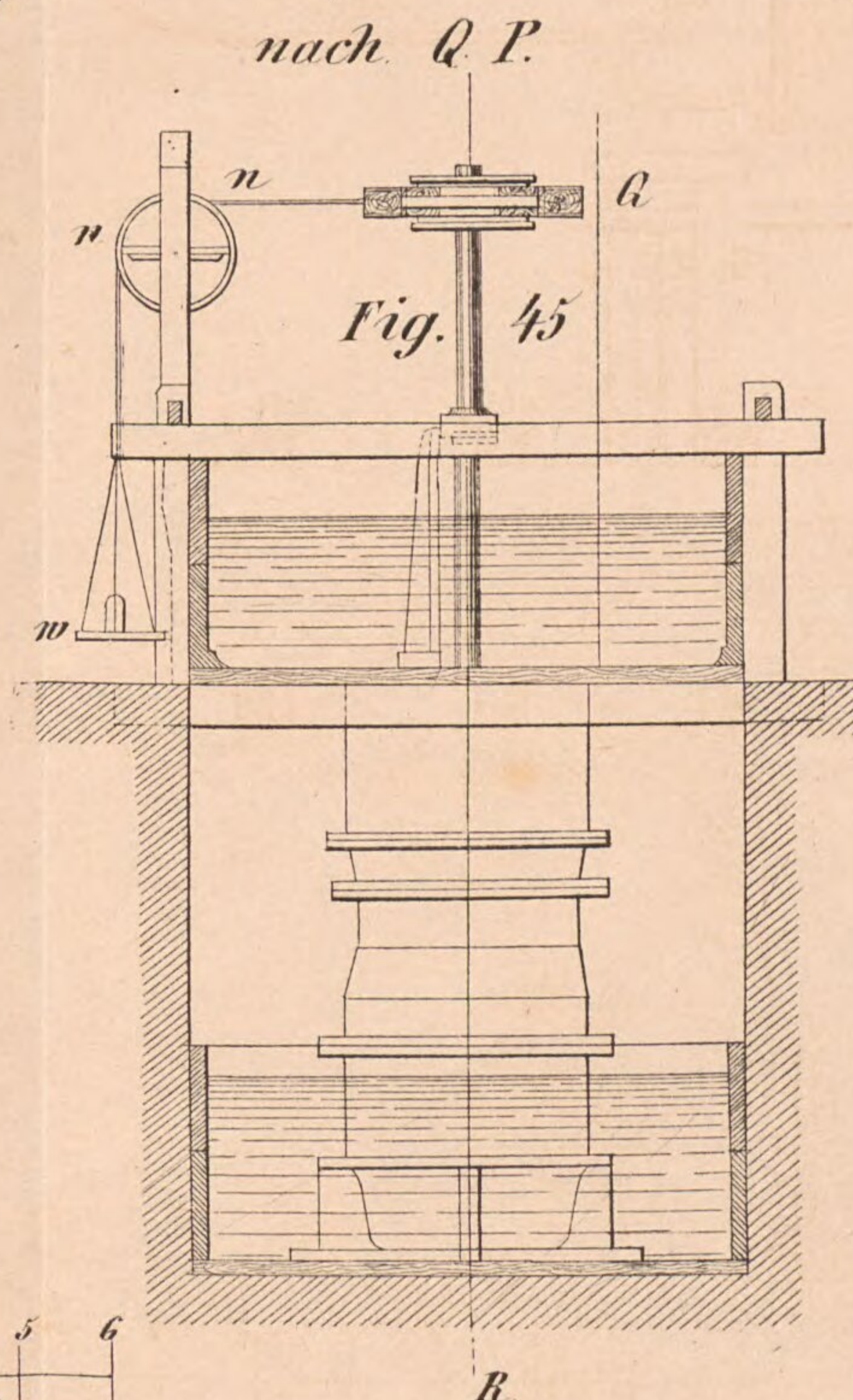


Fig. 45.

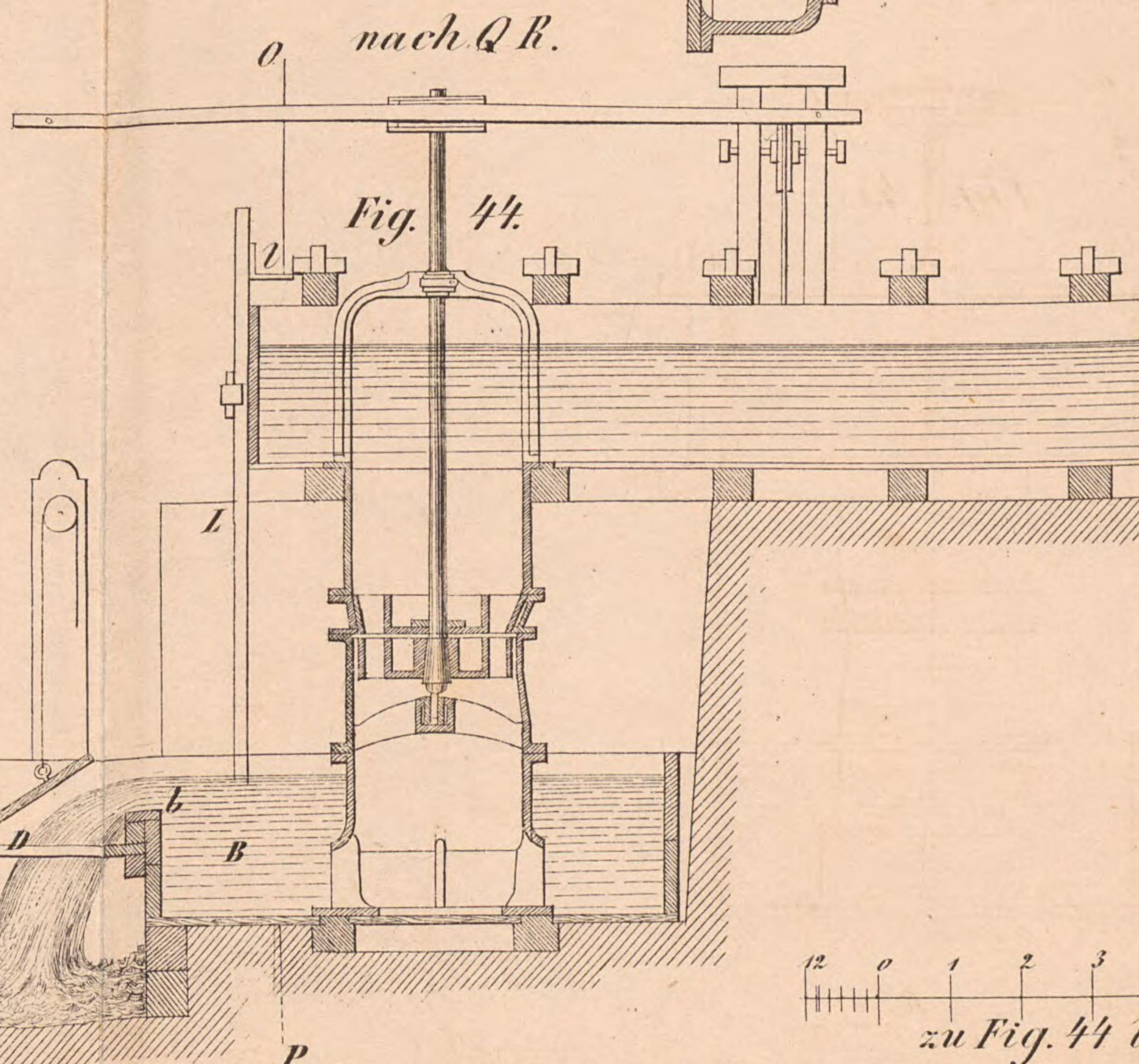
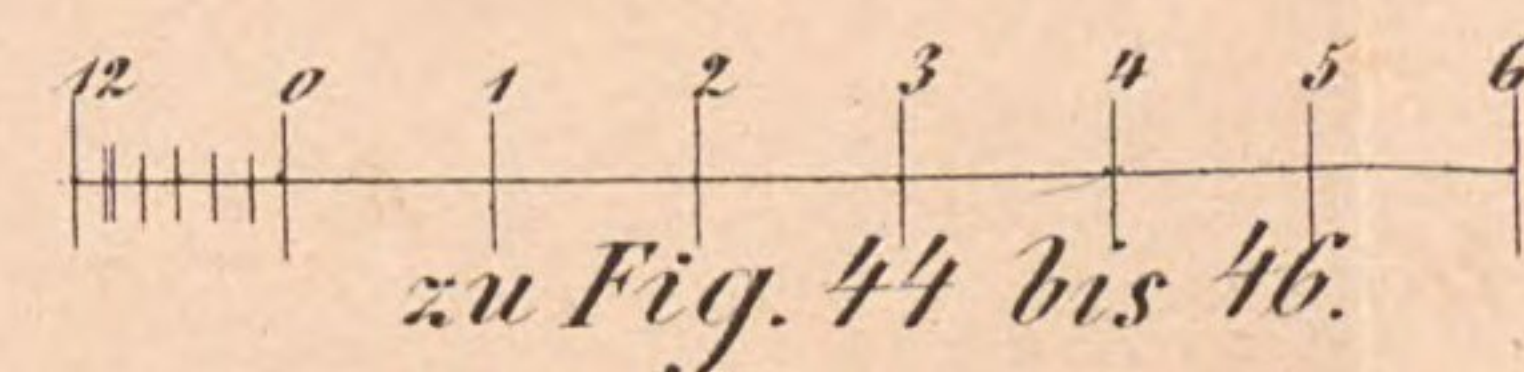


Fig. 44.



zu Fig. 44 bis 46.

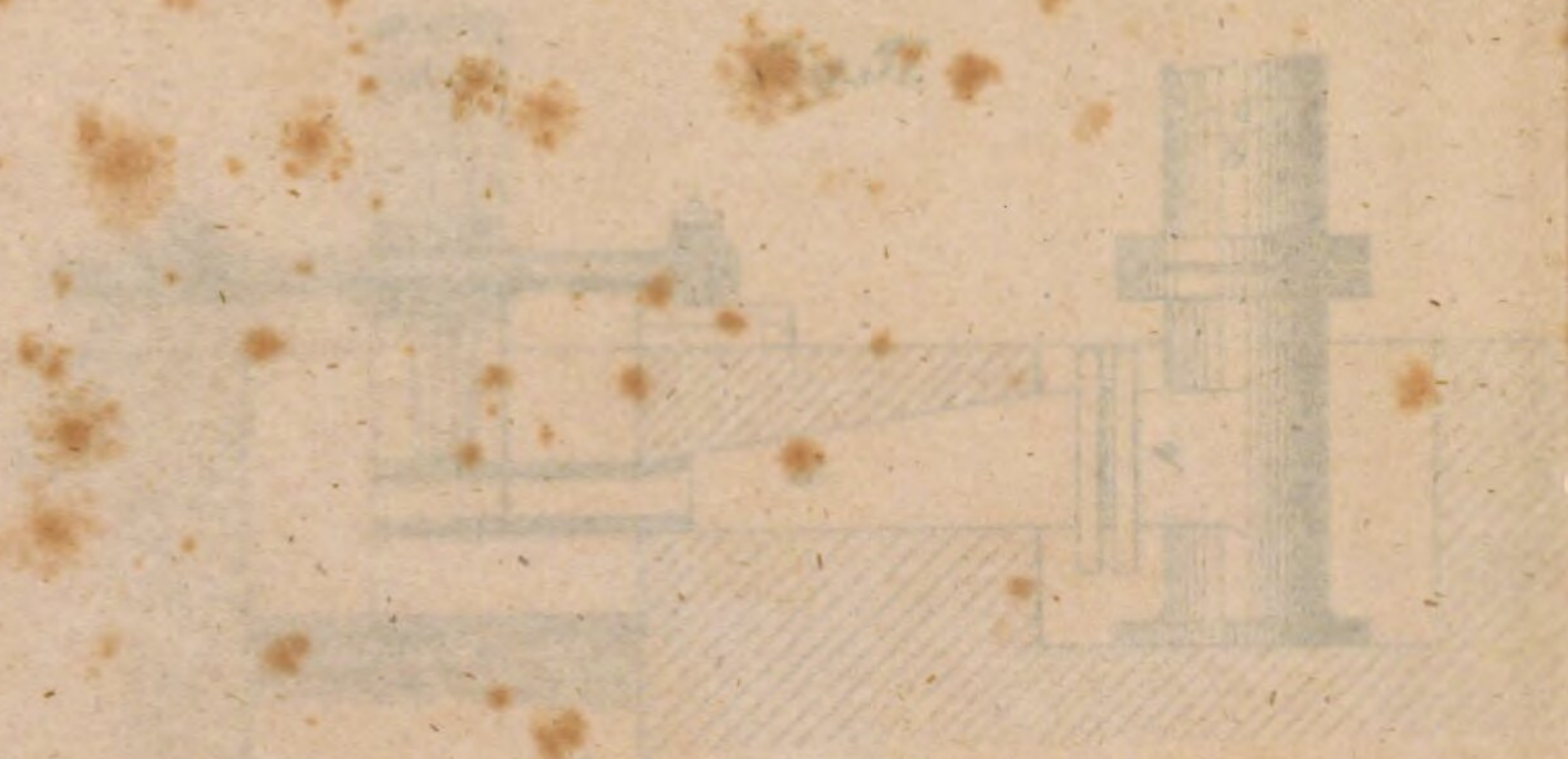
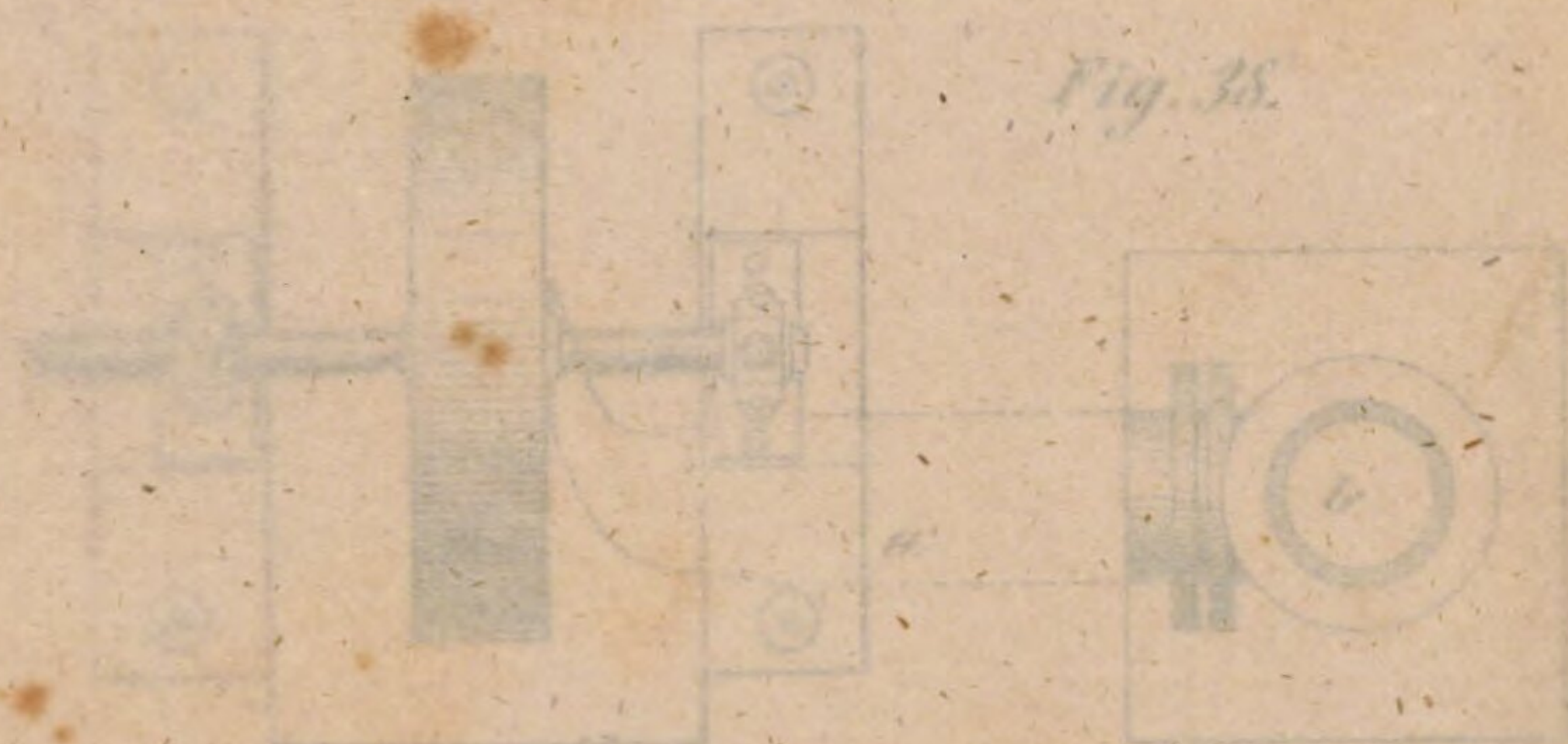
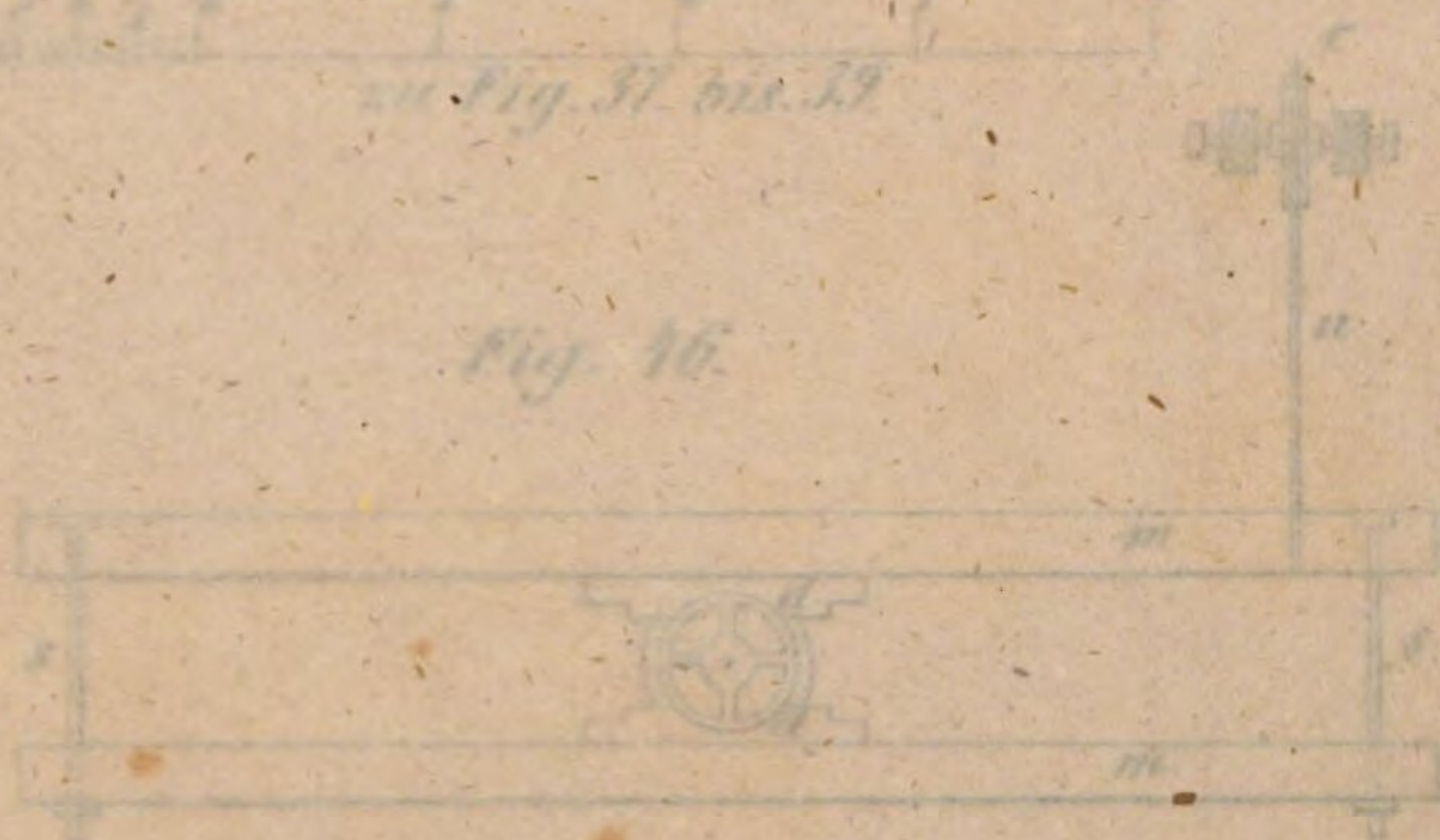


Fig. 38.



au Fig. 37 bis 39

Fig. 46.



Rittinger, Peter von

Theorie und Bau der Rohrturbinen im allgemeinen und der sogenannten Jonval-Turbinen insbesondere mit Berücksichtigung der Resultate zahlreicher selbstabgeführter Versuche

Prag 1865

A.hydr. 66 y

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10059960-1